

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO VIBROACÚSTICO EM BAIXAS
FREQUÊNCIAS DE PAINÉIS AERONÁUTICOS DE MATERIAL COMPOSTO**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Para obtenção de grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

FABILSON SILVA LIMA

Florianópolis, 08 de abril de 2010

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO VIBROACÚSTICO EM BAIXAS
FREQUÊNCIAS DE PAINÉIS AERONÁUTICOS DE MATERIAL COMPOSTO**

FABILSON SILVA LIMA

Esta dissertação foi julgada para a obtenção do título de

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E ACÚSTICA**

Sendo aprovada em sua forma final.

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D. – Orientador

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D.Sc. – Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. Roberto Jordan, Dr. Eng. - Presidente

Prof. Julio A. Cordioli, Dr. Eng.

Prof. Marcelo Krajnc Alves, Ph.D.

*“A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original.”*

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos pais, e meus irmãos, pelo carinho, amor, dedicação, incentivo e apoio constante durante toda a minha vida.

A todos os meus familiares pelo incentivo, compreensão e paciência durante as longas horas utilizadas na execução deste trabalho. À minha carinhosa namorada Mara, pela paciência e apoio durante estes anos de estudos.

Ao meu orientador Professor Arcanjo Lenzi, pelo total apoio, amizade e por contribuir na minha formação pessoal e profissional.

Ao meus colegas de projeto: Fábio Fiates pela orientação, discussões, correções e dicas para o desenvolvimento desta dissertação de mestrado. Ao meu grande amigo Marcos Lenzi, pela parceria, amizade, e por me ajudar a melhorar este trabalho apesar da distância. E aos bolsistas de iniciação científica, Luiz Lenzi e André Caetano, por realizarem diversos experimentos durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas e amigos do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA), que contribuíram de forma direta ou indiretamente, na execução deste estudo.

Aos meus colegas da Ford pelo apoio, compreensão e flexibilidade nesta fase de conclusão do trabalho.

Ao programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC) da UFSC, principalmente aos professores do LVA, por possibilitarem esse aprendizado.

Por último, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro e à empresa Embraer, que forneceu os corpos-de-prova para o desenvolvimento desta pesquisa.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
SUMÁRIO	V
LISTA DE FIGURAS.....	VII
LISTA DE TABELAS	X
SIMBOLOGIA.....	XI
RESUMO.....	XV
ABSTRACT.....	XVI
 1. INTRODUÇÃO.....	 1
1.1. OBJETIVO GERAL	3
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.3. CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS	4
 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	 5
2.1. RUÍDO DE AERONAVES	5
2.2. MATERIAIS COMPOSTOS.....	7
2.3. DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS COMPOSTOS	20
2.3.1. Propriedades elásticas determinadas através da “regra das misturas”	20
2.3.2. Propriedades elásticas determinadas através de ensaio estático	28
2.3.3. Propriedades elásticas determinadas através de ensaios dinâmicos	31
2.4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	33
2.5. AMORTECIMENTO ESTRUTURAL	35
2.5.1. Método do Decaimento.....	36
2.5.2. Método da Banda de Meia Potência	37
2.5.3. Método da Potência de Entrada	41
2.6. EFICIÊNCIA DE RADIAÇÃO SONORA	44
2.6.1. Radiação Sonora de uma Fonte Esférica	46
2.6.2. Radiação de Superfícies Planas através de um <i>Array</i> de Fontes Pontuais.....	50
2.6.3. Radiação Sonora em Termos dos Modos de Vibração da Placa.....	52
2.6.4. Radiação Sonora em Termos de Elementos Radiadores.....	54
2.6.5. Modos de Canto, Borda e de Superfície	56
2.6.6. Efeito das Vigas de Reforço na Radiação Sonora	59
2.6.7. Formulação aproximada da Eficiência de Radiação Média (Beranek).....	60
2.7. DENSIDADE MODAL.....	62
2.7.1. Densidade Modal de uma Placa Plana - Material Isotrópico	63
2.7.2. Densidade Modal de uma Placa Plana - Material Ortotrópico	65
 3. DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS	 69
3.1. CARACTERIZAÇÃO DO CORPO DE PROVA	69
3.2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL PARA OBTENÇÃO DAS FRF	71
3.2.1. Excitação com Shaker.....	71
3.2.2. Excitação com Martelo de Impacto	72

3.2.3.	Pontos de Medição.....	73
3.2.4.	Efeitos da Suspensão	73
3.2.5.	Resultados Experimentais.....	75
3.3.	MODELO NUMÉRICO.....	77
3.3.1.	Procedimento Numérico	77
3.4.	AJUSTE DE MODELO	79
3.4.1.	Procedimento do Ajuste de Modelo.....	79
3.4.2.	Identificação das Propriedades após o Ajuste.....	82
3.5.	COMPARAÇÃO ENTRE AS FRF'S NUMÉRICO E EXPERIMENTAL APÓS O AJUSTE DE MODELO	84
3.6.	CONCLUSÕES SOBRE O MÉTODO DE AJUSTE DO MODELO.....	85
4.	DETERMINAÇÃO DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL.....	87
4.1.	CONFIGURAÇÃO DOS PAINÉIS ENSAIADOS.....	87
4.2.	MÉTODO DO DECAIMENTO	89
4.2.1.	Procedimento de Medição	89
4.2.2.	Resultados Obtidos	94
4.3.	MÉTODO DA LARGURA DE BANDA.....	97
4.3.1.	Procedimento de Medição	97
4.3.2.	Resultados Obtidos	98
4.4.	ANÁLISE DOS MÉTODOS APLICADOS NA OBTENÇÃO DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL	101
5.	DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE RADIAÇÃO	103
5.1.	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	103
5.1.1.	Medição da Potência Sonora em Câmaras Reverberantes.....	104
5.1.1.1.	Método Direto	104
5.1.1.2.	Método da Comparação.....	105
5.2.	PROCEDIMENTO NUMÉRICO – FEM/BEM.....	111
5.2.1.	Modelo Numérico – Método dos Elementos Finitos	111
5.2.2.	Modelo Numérico – Método Elementos de Contornos	113
5.3.	COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS	116
6.	DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE MODAL.....	122
6.1.	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	122
6.2.	PROCEDIMENTO NUMÉRICO.....	124
6.3.	ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	125
7.	CONCLUSÕES.....	128
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	130

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema de um motor turbofan com o campo acústico gerado radiando na estrutura.....	7
Figura 2.2 – Classificação dos materiais compósitos (Daniel & Ishai, 1994).	9
Figura 2.3 – Detalhe do tecido e orientação das fibras do material composto.	10
Figura 2.4 – Sistema de eixo de referência e ortotropia de um laminado composto.	10
Figura 2.5 – Lâmina com reforço unidirecional (ALMEIDA, 2001).	12
Figura 2.6 – Esforços internos de membrana e flexão sobre um elemento de placa laminada (JONES, 1999).	17
Figura 2.7 – Geometria de um laminado com N lâminas.	18
Figura 2.8 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 1.....	21
Figura 2.9 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 2.....	24
Figura 2.10 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 1.....	25
Figura 2.11 – (a) Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeito a um estado de tensão cisalhante no plano 1-2; (b) Representação do campo de deformação cisalhante nos constituintes da lâmina devido ao estado da tensão cisalhante.....	27
Figura 2.12 - Corpo de prova sujeito à tensão de tração na direção 1.....	29
Figura 2.13 – Corpo de prova sujeito à tensão de tração na direção 2.	30
Figura 2.14 – Corpo de prova sujeito à tensão cisalhante no plano 12.....	31
Figura 2.15 – Malha de elementos finitos de uma placa.	33
Figura 2.16 – Sinal típico da curva do tempo de decaimento.....	37
Figura 2.17 – Método de medição através do método da banda de meia potência.....	38
Figura 2.18 – Função resposta em frequência típica de uma estrutura muito amortecida.....	39
Figura 2.19 – Função resposta em frequência de um sistema de 1 grau de liberdade.	39
Figura 2.20 – Fator de largura de banda versus o fator de amplitude.....	41
Figura 2.21 – Radiação sonora de uma esfera pulsante.	46
Figura 2.22 – Radiação sonora de uma superfície vibrante (LENZI, 2008).	51
Figura 2.23 – Representação de um modo de canto de uma placa simplesmente apoiada (BERANEK, 1992).	56
Figura 2.24 – Representação dos modos de borda de uma placa plana (BERANEK, 1992). .	59
Figura 2.25 – Comparação entre a eficiência de radiação de uma placa sem reforço, uma com reforço simples, e outra com reforço cruzado (FAHY, 2007).	60
Figura 2.26 – Eficiência de radiação média de um painel retangular de alumínio.	62
Figura 2.27 – Distribuição modal em função das componentes do número de onda de uma placa plana simplesmente apoiada na bordas de material isotrópico.....	64
Figura 2.28 – Distribuição modal em função das componentes do número de onda de uma placa plana simplesmente apoiada na bordas de material ortotrópico (RENJI, NAIR, 1996). ..	66
Figura 3.1 – Corpo de prova utilizado na determinação das propriedades.....	70
Figura 3.2 – Esquema de medição utilizando o excitador eletrodinâmico para obtenção da FRF	72
Figura 3.3 – Esquema de medição utilizando o martelo de impacto para obtenção da FRF. ...	72
Figura 3.4 – Localização dos pontos de medição das FRF pontuais e de transferência utilizados na identificação das propriedades mecânicas dos corpos de prova.....	73
Figura 3.5 – Detalhes das configurações utilizadas para simular a condição de apoio livre-livre da placa.....	74
Figura 3.6 – FRF pontual para placa A utilizando várias condições de apoio.....	75

Figura 3.7 – FRF pontual medida com shaker e martelo para as 2 placas, até a frequência de 1000 Hz.....	76
Figura 3.8 – Repetibilidade da função resposta em frequência.....	77
Figura 3.9 – Comparação da FRF pontual numérico versus experimental extraída no ponto 1.	79
Figura 3.10 – Modos de vibração utilizados no ajuste do modelo.	80
Figura 3.11 – Superposição das magnitudes das FRF's pontual antes do ajuste do modelo. ...	81
Figura 3.12 – Superposição das magnitudes das FRF's de transferência (ponto 2) antes do ajuste do modelo.	81
Figura 3.13 – Matriz de sensibilidade das frequências naturais.	82
Figura 3.14 – Superposição das magnitudes das FRF's pontual após a atualização dos parâmetros.....	83
Figura 3.15 – Superposição das magnitudes das FRF's de transferência (ponto 2) após a atualização dos parâmetros.	83
Figura 3.16 – Comparação entre as FRF's pontuais numéricas e experimentais até 1000 Hz, após o ajuste do modelo.....	85
Figura 4.1 – Detalhes dos perfis das vigas de reforço.	88
Figura 4.2 – Detalhes dos painéis de material composto: Painei E (Liso); Painei F (3 cavernas); Painei G (5 <i>stringers</i>) e Painei H (2 cavernas e 5 <i>stringers</i>).	88
Figura 4.3 – Esquema de montagem para determinação do decaimento do sinal do acelerômetro e microfone.	90
Figura 4.4 – Detalhe do impacto sendo efetuado perpendicular à superfície do corpo de prova.	91
Figura 4.5 – Espectro do decaimento do sinal do acelerômetro.	92
Figura 4.6 – Tempo de decaimento para frequência central de 50 Hz e 800 Hz.	92
Figura 4.7 – Tempo de reverberação médio calculado utilizando o analisador de sinais PULSE.	93
Figura 4.8 – Amortecimento do painel E, medido pelo método do decaimento.	94
Figura 4.9 – Amortecimento do painel F, medido pelo método do decaimento.....	95
Figura 4.10 – Amortecimento do painel G, medido pelo método do decaimento.....	95
Figura 4.11 – Amortecimento do painel H, medido pelo método do decaimento.....	96
Figura 4.12 – Comparação entre os amortecimentos dos painéis E, F, G e H utilizando o método do Decaimento.	96
Figura 4.13 – Identificação dos picos de ressonância na FRF para o cálculo do amortecimento modal.	98
Figura 4.14 – Fator de perda por amortecimento do Painei E obtido através do método da Largura de Banda.....	99
Figura 4.15 – Fator de perda por amortecimento do Painei F obtido através do método da Largura de Banda.....	99
Figura 4.16 – Fator de perda por amortecimento do Painei G obtido através do método da Largura de Banda.....	100
Figura 4.17 – Fator de perda por amortecimento do Painei H obtido através do método da Largura de Banda.....	100
Figura 4.18 – Comparação entre os amortecimentos dos painéis E, F, G e H utilizando o método da Largura de Banda.	101
Figura 4.19 – Comparação dos resultados do fator de perda por amortecimento obtidos pelo método do decaimento e pelo método da potência de entrada.	102
Figura 5.1 – Medição do NPS de uma fonte sonora sob teste na câmara reverberante.	106
Figura 5.2 – Medição do NPS da fonte sonora de referência na câmara reverberante.	106
Figura 5.3 – Ilustra a fixação do painel entre as câmaras reverberantes.....	108

Figura 5.4 – Sistema de fixação do excitador eletrodinâmico montado na câmara 1.....	108
Figura 5.5 – Ilustra a montagem do Rotate Microphone Boom para medição da pressão sonora.....	109
Figura 5.6 – Ilustração dos equipamentos utilizados na medição da potência radiada pelo painel e da velocidade média quadrática espacial e temporal.	109
Figura 5.7 – Detalhes da condição de contorno criada nas bordas (apoio simples), e da criação de uma força dinâmica.....	112
Figura 5.8 – Distribuição dos níveis de pressão sonora sobre a superfície do painel.....	115
Figura 5.9 – Comparação entre a eficiência de radiação numérica, experimental e a formulação aproximada sugerida por Beranek, realizada no painel de alumínio.	117
Figura 5.10 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel E. .	117
Figura 5.11 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel F...	118
Figura 5.12 – Comparação entre a velocidade média quadrática resultante da força aplicada no sub-painel versus a força aplicada na viga de reforço (<i>stringer</i>).	119
Figura 5.13 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel G. .	119
Figura 5.14 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel H. .	120
Figura 5.15 – Comparação entre a eficiência de radiação numérica dos painéis E, F, G e H.	121
Figura 6.1 – Esquema de medição utilizado na medição da mobilidade pontual.	123
Figura 6.2 – Comparação entre a mobilidade pontual medida e a corrigida.	124
Figura 6.3 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel E.....	126
Figura 6.4 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel G.	126
Figura 6.5 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel F.....	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores de pressão sonora gerada por fontes pontuais.	57
Tabela 2.2 – Eficiência de radiação média de um painel retangular simplesmente apoiado na bordas (BERANEK, 1992).	61
Tabela 3.1 - Orientação e espessura das fibras das amostras de material composto.	70
Tabela 3.2 – Modos e frequências naturais escolhidos para identificação das propriedades mecânicas.	80
Tabela 3.3 – Correlação entre as frequências naturais do modelo numérico com o experimental.	82
Tabela 4.1 – Orientação e espessura das fibras dos corpos de provas de material composto.	87
Tabela 4.2 – Número de pontos de resposta do tempo de decaimento para cada painel.	91
Tabela 5.1 – Número de medições realizada em cada painel para o medição da velocidade média quadrática espacial e temporal.	110
Tabela 5.2 – Tamanho do elemento e o número de elementos gerado em cada corpo de prova.	112
Tabela 5.3 – Tempo de processamento da solução da análise harmônica.	113
Tabela 5.4 – Tempo de processamento da solução vibroacústica.	116
Tabela 6.1 – Número de pontos de resposta realizado em cada painel para o cálculo da densidade modal.	123
Tabela 6.2 – Número de elementos gerados em cada modelo FEM para o cálculo da densidade modal numérica.	125
Tabela 6.3 – Tempo de análise no cálculo da mobilidade pontual.	125

SIMBOLOGIA

Alfabeto Latino

A_f	Área da seção transversal das fibras;
A_m	Área da seção transversal da matriz;
A_p	Inertância real da placa;
A_m	Inertância medida;
$[A]$	Matriz de rigidez em membrana;
$[B]$	Matriz de acoplamento membrana/flexão;
B	Rigidez a flexão da placa;
BEM	Método do Elemento de Contorno;
c_o	Velocidade do som no meio [m/s];
c_f	Velocidade de propagação das ondas de flexão no painel [m/s];
$[D]$	Matriz de rigidez em flexão;
E_i	Módulo de elasticidade na direção i ;
E_f	Módulo de elasticidade da fibra;
E_m	Módulo de elasticidade da matriz;
E_{in}	Energia de entrada;
E_{cin}	Energia cinética;
E_{SE}	Máxima energia vibratória da estrutura;
E_{pot}	Energia potencial elástica;
f_c	Frequência de coincidência;
f_{11}	Primeira frequência de ressonância do painel [Hz];
F	Amplitude da força;
FEM	Método dos Elementos Finitos;
$h_{FF}(\omega)$	Mobilidade pontual (velocidade/força);
G	Módulo de cisalhamento no plano de isotropia transversa;
G_f	Módulo de cisalhamento da fibra;
G_m	Módulo de cisalhamento da matriz;
G_{ij}	Módulo de elasticidade cisalhamento no plano ij ;
I_s	Intensidade sonora;
K	Número de onda;

k_f	Número de onda de flexão;
k_x	Número de onda de flexão na direção x;
k_y	Número de onda de flexão na direção y;
l_x	Comprimento da placa na direção x (m);
l_y	Comprimento da placa na direção y (m);
m_i	Massa da porção discreta do sistema associada ao ponto de medição i;
m	Massa dos transdutores;
M	Massa da estrutura;
M_{mn}	Massa modal;
M_i	Momento fletor por unidade de comprimento em torno do eixo i;
M_{xy}	Momento torçor por unidade de comprimento no plano ij;
N_i	Força normal por unidade de comprimento na direção i;
N_{ij}	Força cortante por unidade de comprimento transversal no plano ij;
N	Número de modos;
$n(\omega)$	Densidade modal [modos/rad/s];
$n(f)$	Densidade Modal [modos/Hz];
NPS	Nível de pressão sonora;
NWS	Nível de potência sonora;
PIM	Método da Potência de Entrada;
p	Pressão sonora [N/m^2];
P	Perímetro da placa [m];
$[Q]$	Matriz de rigidez ou matriz constitutiva no sistema de eixo de ortotropia;
$[\bar{Q}]$	Matriz de rigidez no sistema de eixo de referência;
Q_o	Velocidade de volume da fonte esférica;
R	Razão de Amplitude;
$\langle \text{Re}\{Y\} \rangle$	Parte real da mobilidade pontual do componente;
S	Área da superfície vibrante [m^2];
$S_F(\omega)$	Densidade espectral de potência da força de excitação;
$S_v(\omega)$	Densidade espectral de potência do vetor de velocidade;
$S_{vi}(\omega)$	Densidade espectral de potência do vetor de velocidade no ponto de medição i;
$[S_{ij}]$	Matriz de flexibilidade;

SEA Análise Estatística Energética;

$[T_\sigma]$ Matriz de transformação que relaciona as tensões do sistema de referência com as tensões no sistema de ortotropia;

$[T_\epsilon]$ Matriz de transformação que relaciona as deformações do sistema de referência com as deformações no sistema de ortotropia;

t Espessura total do laminado [m];

u Velocidade de partícula [m/s];

u_o Amplitude de velocidade na superfície da esfera;

u_{nm} Amplitude da velocidade complexa do modo (m,n) ;

T_{60} Tempo de reverberação [s];

V Volume da câmara [m³];

V_f Fração volumétrica da fibra [m³];

V_m Fração volumétrica da matriz [m³];

$\langle \overline{v^2} \rangle$ Velocidade média quadrática no tempo e no espaço [m/s]²;

v_{RMS} Velocidade RMS;

W_{rad} Potência sonora radiada pela superfície [W];

W_i Potência de entrada;

$W_{o, Active}$ Potência de saída ativa;

w Deslocamento normal da placa [m];

z Espessura da lâmina ao longo da direção z [m];

$[\tilde{Z}]$ Matriz de impedância acústica.

Alfabeto Grego

ΔE Energia dissipada por radiano de oscilação;

$\Delta\omega$ Largura da banda de meia potência;

ϵ_i Deformação normal na direção i ;

ϵ_f Deformação da fibra;

ϵ_m Deformação da matriz;

γ_{ij} Deformação cisalhante no plano ij ;

γ_f Deformação de cisalhamento na fibra;

γ_m Deformação cisalhamento na matriz;

λ_c	Comprimento de onda na frequência crítica [m];
η	Fator de perda de amortecimento;
ϕ	Potencial de velocidade;
$\varphi_{nm}(\vec{x})$	Valor da função da forma modal associada à posição (x, y) ;
σ_i	Tensão normal na direção i;
τ_{ij}	Tensão cisalhante no plano ij;
ν_{ij}	Coefficiente de Poisson (deformação causada na direção j devida a uma sollicitação na direção i);
ρ_o	Densidade do meio [kg/m ³];
ρ_{est}	Densidade da estrutura [kg/m ³];
ω_n	Frequência natural [Hz];
ω	Frequência central da faixa de frequência de interesse [rad/s];
ω_i	Frequência inferior [rad/s];
ω_s	Frequência superior [rad/s];
$\delta\Omega_R$	Fator da largura de banda;
$\delta\Omega_{HP}$	Fator da largura de banda no ponto da banda de meia potência;
ζ	Razão de amortecimento;
$\vec{\nabla}$	Representa o operador gradiente;
σ_{rad}	Eficiência de radiação sonora.

RESUMO

Na construção das aeronaves o conforto tem se destacado como um dos principais objetivos de projeto, sendo o elevado ruído um dos principais motivos de desconforto dos passageiros. O presente trabalho tem como objetivo principal avaliar o comportamento vibro-acústico de painéis aeronáuticos de material composto em baixas frequências. As análises vibroacústicas foram realizadas em diversas configurações (painéis sem reforços e painéis reforçados), sendo constituídos basicamente de fibra de carbono impregnadas em matriz de resina epóxi. Para caracterizar as propriedades mecânicas dos corpos de provas, aplicou-se a técnica de ajuste de modelo numérico através de resultados experimentais obtidos, como funções de resposta em frequência. Também foi caracterizado o amortecimento estrutural dos corpos de provas através dos métodos do decaimento e da largura de banda. Na determinação da eficiência de radiação sonora utilizou-se um modelo híbrido, que combina o método dos elementos finitos (FEM) e o método dos elementos de contornos (BEM). E, por último, a densidade modal foi obtida numericamente, utilizando um *software* de elementos finitos, do qual podem ser calculadas as mobilidades pontuais. Ao final, os modelos de eficiência de radiação e densidade modal foram comparados com os resultados experimentais, apresentando boa concordância. Portanto, esta metodologia comprova que os modelos numéricos podem ser utilizados nas fases iniciais do projeto, por serem mais rápidos e eficientes do que os procedimentos experimentais.

Palavras-chaves: *Painéis Aeronáutico; FEM e BEM; Vibroacústica.*

ABSTRACT

In the aircraft construction, comfort has distinguished itself as one of the main project objectives once high noise levels have become one of the main reasons of passengers' discomfort. The main goal of this Master Thesis is to evaluate the vibroacoustic behavior of composite aeronautical panels in the low frequency range. Vibroacoustic analyses were performed with different panel configurations (panels without reinforcements and reinforced panels). These panels consist primarily of carbon fiber impregnated with epoxy resin. To characterize the samples' mechanical properties, the numerical model updating technique was applied, using some the experimental results, such as frequency response functions. The samples' structural damping was also characterized through the decay and bandwidth methods. The sound radiation efficiency determination was performed by a hybrid model combining Finite Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM). Finally, the modal density was obtained numerically, using finite element software to calculate point mobility functions. Finally, the efficiency radiation models and modal density were compared with experimental results, presenting good agreement. Therefore, this methodology proves that the numerical models can be used in the early stages of the project, since they are faster and more efficient than experimental procedures.

Keywords: *Aeronautics Panels; FEM and BEM; Vibroacoustics.*

1. INTRODUÇÃO

Na construção de aeronaves o conforto tem se destacado como um dos principais objetivos de projeto, sendo que o ruído destaca-se como um dos principais motivos de desconforto dos passageiros. Além disso, pode provocar fadiga da tripulação, causar interferência no sistema de comunicação interna da tripulação, e prejudicar o funcionamento dos equipamentos eletrônicos mais sensíveis (TEWES, 2005).

As principais fontes de ruído e vibração em aviões são oriundas da camada limite turbulenta (*Turbulent Boundary Layer* - TBL) (DAVIS, 2002), do campo acústico externo e das vibrações geradas pelos motores e turbinas (WILBY, 1996). Dentre as fontes de ruído citadas anteriormente, a principal fonte de ruído são as vibrações geradas pelos motores, que induzem vibrações na estrutura através da fuselagem da aeronave, que radia ruído para o interior da cabine da aeronave.

Desta forma, medidas de controle de vibração e ruído são realizadas com o objetivo de proporcionar um ambiente mais confortável, ou silencioso, no interior da cabine das aeronaves. As técnicas empregadas para redução de vibração e ruído são classificadas da seguinte maneira: ativa, semi-ativa e passiva. A técnica mais utilizada na indústria aeronáutica é o controle passivo, que visa atenuar a transmissão de energia sonora entre dois ambiente. Esta redução de ruído é obtida através de diversas formas, tais como: aplicação de materiais de amortecimento na fuselagem, adição de rigidez na fuselagem através de reforços estruturais, aplicação de massa em algumas regiões da fuselagem, ou através de mantas de isolamento acústico entre as paredes da fuselagem (WRIGHT, 2003). Desta maneira, é possível reduzir os níveis de ruído e vibrações. Porém, a limitação com relação ao peso da aeronave está diretamente relacionada com o custo, redução do volume da cabine e desempenho da aeronave.

Por esta razão, estruturas de materiais compostos estão sendo cada vez mais utilizadas na indústria aeronáutica, devido às suas propriedades atrativas, tais como baixa densidade e alta razão entre resistência mecânica e peso, superiores às dos materiais metálicos, as quais implicam em economia de combustível e, conseqüentemente, aumento de carga útil e

autonomia da aeronave. Além disso, os materiais compostos possuem também vantagens relacionadas à manutenção, resistência à fadiga, boas propriedades de isolamento térmico, boa resistência à corrosão, baixo custo de fabricação e baixa quantidade de peças envolvidas, quando comparadas às estruturas metálicas. Por outro lado, os painéis em material composto tendem a apresentar um baixo desempenho acústico quando comparados com as estruturas metálicas. Por isso, tem-se interesse em estudar o comportamento vibroacústico dos painéis fabricados em material composto, com o intuito de minimizar a quantidade de materiais para controle de ruído no interior da cabine, de tal forma que não comprometam as vantagens oferecidas pelos materiais compostos.

Em função da grande competitividade e crescimento do transporte aéreo nos últimos anos, surge o grande desafio aos fabricantes em desenvolver aeronaves no menor tempo possível, com maior segurança, conforto, tempo de vida, facilidade de construção e manutenção. Para atender a todos estes requisitos, simulações numéricas estruturais e acústicas são indispensáveis, que permitem realizar modificações ainda durante a fase de desenvolvimento do produto. Desta maneira, consegue-se reduzir o número de protótipos e ensaios durante a fase de desenvolvimento da aeronave, reduzindo-se assim, consideravelmente, o custo de produção da aeronave.

As simulações numéricas vibroacústicas podem ser realizadas utilizando o método de elementos finitos (*Finite Element Method - FEM*), o método de elementos de contorno (*Boundary Element Method - BEM*) ou utilizando o método de análise estatística energética (*Statistical Energy Analysis – SEA*), dentre outras recentes técnicas que visam preencher algumas deficiências quanto à faixa de frequência de análise dos três métodos referidos (DESMET, 2002). A aplicação do método numérico, conforme comentado, está diretamente relacionada com a faixa de frequências de interesse. Para as baixas frequências pode-se utilizar o método dos elementos finitos e o método de elementos de contorno, onde a discretização da estrutura em diversos elementos é realizada utilizando-se seis elementos por meio comprimento de onda. Esta limitação ocorre devido ao método encontrar dificuldades relacionadas à capacidade computacional necessária ao processamento e armazenamento dos resultados em frequências mais altas, tornando-se assim, a análise inviável. Já as análises em médias e altas frequências utilizam a Análise Estatística Energética. Este método baseia-se na

hipótese de que o sistema seja formado por subsistemas acoplados, e que haja um balanço entre parcelas de energia armazenada, dissipada e transmitida entre os subsistemas.

Esta dissertação de mestrado foi fruto de um projeto de pesquisa realizado no Laboratório de Vibração e Acústica da UFSC, patrocinado pela Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A. (EMBRAER), empresa que fabrica aviões de pequeno e médio portes, para uso na aviação regional, executiva e agrícola, além de caças militares e aviões de sensoriamento remoto e para transporte de autoridades.

1.1. OBJETIVO GERAL

Esta dissertação de mestrado tem como objetivo geral estudar o comportamento vibroacústico de painéis aeronáuticos de material composto, de diversas configurações (painéis lisos e reforçados), utilizando modelos numéricos na região das baixas frequências, e validando experimentalmente os parâmetros vibro-acústicos obtidos.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

O presente trabalho tem como objetivos específicos determinar as propriedades mecânicas dos corpos-de-prova utilizando-se a técnica de ajuste de modelo numérico nos com base nos resultados experimentais obtidos, como funções de resposta em frequência. São aplicados o método do decaimento e o método da largura de banda para obtenção do amortecimento estrutural dos corpos-de-provas. Depois de obtidas as propriedades mecânicas e amortecimento estrutural dos painéis aeronáuticos, avalia-se a eficiência de radiação através de modelos híbridos, os quais combinam FEM e BEM. Em seguida, determina-se a densidade modal numericamente, utilizando um *software* de elementos finitos, do qual podem ser calculadas as mobilidades pontuais numéricas. E, por fim, valida-se a metodologia numérica utilizada no cálculo da eficiência de radiação e densidade modal, comparando com os resultados experimentais.

1.3. CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS

O presente trabalho está estruturado em sete capítulos, os quais estão descritos brevemente a seguir:

CAPÍTULO 2 – É apresentada uma revisão bibliográfica dos principais tópicos que serão necessários para o desenvolvimento desta dissertação de mestrado.

CAPÍTULO 3 – É descrito todo o procedimento utilizado na determinação das propriedades mecânicas das placas de material composto laminado, as quais serão utilizadas nos modelos numéricos para avaliação da eficiência de radiação e da densidade modal. As propriedades foram identificadas aplicando a técnica de ajuste de modelos, cujos dados experimentais de função resposta em frequência (FRF) são utilizados em um procedimento iterativo.

CAPÍTULO 4 – Este capítulo descreve o procedimento experimental utilizado para a determinação cálculo do amortecimento estrutural dos corpos de provas de material composto. Nesta determinação foram utilizados o método do decaimento e o método da largura de banda, utilizando ajuste de curvas. Por fim, uma comparação entre os dois métodos propostos é realizada.

CAPÍTULO 5 – Neste capítulo é abordado todo procedimento numérico e experimental para obtenção da eficiência de radiação sonora, sendo os resultados numéricos comparados com os resultados experimentais obtidos.

CAPÍTULO 6 – É descrito o procedimento numérico e experimental para obtenção da densidade modal. Ao final, de maneira análoga ao capítulo anterior, é realizada uma comparação da densidade modal entre os resultados numéricos e experimentais para os corpos de provas de material composto.

CAPÍTULO 7 – Este capítulo tem por objetivo destacar os principais métodos numéricos e experimentais empregados nas análises vibroacústicas, além de apresentar as conclusões gerais da dissertação. Em seguida, são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica dos principais assuntos os quais serão fundamentais para o desenvolvimento desta Dissertação de Mestrado.

2.1. RUÍDO DE AERONAVES

As principais fontes de ruído e vibração são oriundas da camada limite turbulenta (*Turbulent Boundary Layer* - TBL), do campo acústico externo e das vibrações geradas pelos motores, que induzem vibrações na estrutura, a qual radia ruído para o interior da cabine da aeronave. A seguir, são descritas algumas informações a respeito de cada uma destas fontes de ruído.

TBL (Turbulent Boundary Layer)

A Camada Limite Turbulenta - TBL, em condições de cruzeiro, torna-se a principal fonte de ruído em médias e altas frequências e tem sido foco de um grande número de trabalhos na área aeroespacial (DAVIS, 2002). Já a presença de elementos externos à fuselagem, como antenas ou luzes de sinalização, podem causar a perturbação do escoamento, e ocasionando o surgimento de vórtices, os quais podem se tornar fontes locais de excitação importantes (CONEY, 1999). No desenvolvimento de modelos vibro-acústicos de aeronaves, o correto equacionamento da contribuição das diferentes fontes de ruído e vibrações é fundamental. Desta forma, é necessário compreender os fenômenos físicos associados às fontes aerodinâmicas, além das fontes estruturais, assim como aplicar modelos numéricos que permitam prever sua contribuição em diferentes condições voo da aeronave.

Vibração de Motores

Observa-se na vibração dos motores de aviões de propulsão Turbofan a presença de componentes tonais associados à faixa de rotação dos motores. A componente tonal é a condição na qual o ruído ou vibração é dominado por uma única frequência e seus

harmônicos. Estes componentes geralmente localizam-se em baixas frequências e estão diretamente relacionadas ao desbalanceamento dos elementos rotativos dos motores. Por tratar-se de componentes tonais, a percepção subjetiva é mais pronunciada que outras fontes de banda larga. A transmissão estrutural da vibração é uma característica das propriedades geométricas e estruturais da aeronave, sendo ainda mais preocupante no caso de motores instalados na parte traseira da fuselagem, uma vez que a atenuação proporcionada pela estrutura da asa não está presente (WILBY, 1996).

Campo Acústico Gerado Pelos Motores

A parcela de ruído proveniente dos motores também requer atenção especial dos engenheiros. A preocupação tornou-se ainda maior com o advento dos motores a jato, uma vez que a interação do fluido no bocal de saída do motor produz níveis de pressão sonora de alta amplitude. No entanto, desde o seu advento, os motores de propulsão a jato sofreram inúmeras modificações que possibilitaram torná-los mais eficientes, tanto em desempenho quanto em redução do ruído emitido. Dentre as modificações, o advento do motor denominado *Turbofan* destaca-se como a principal delas. Estes motores caracterizam-se por apresentar uma alta razão de *by-pass*, ou seja, a relação entre a massa de ar que entra no motor e a massa que efetivamente atravessa a câmara de combustão do mesmo.

Embora os motores turbofan apresentem boa performance sob os pontos de vista mencionados anteriormente, os mesmos ainda são fontes importantes na composição dos níveis de ruído interno. Adicionalmente, a percepção desta fonte também depende de algumas características construtivas e de operação da aeronave. A localização (dianteira ou traseira), o tratamento acústico presente nos próprios motores e empuxo são exemplos de características construtivas que afetam o ruído interno (WILBY, 1996). A Figura 2.1 abaixo mostra detalhes construtivos de um motor turbofan, ilustrando o campo acústico gerado pelos motores e em seguida radiando na fuselagem da aeronave.

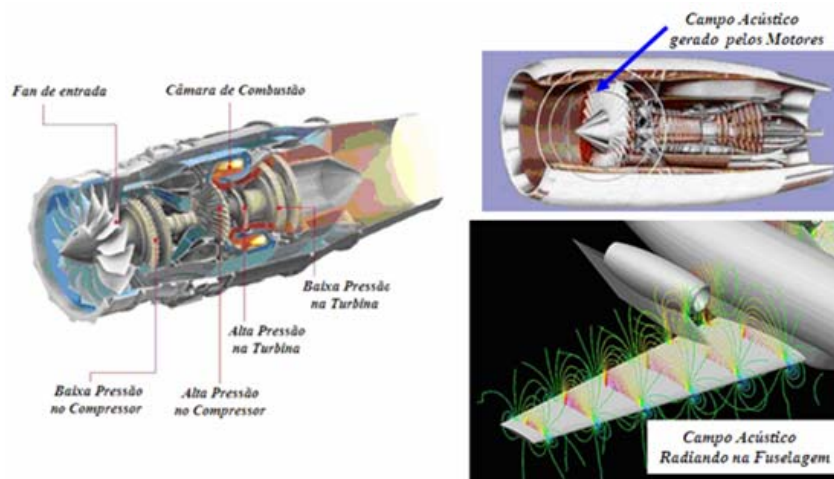


Figura 2.1 – Esquema de um motor turbofan com o campo acústico gerado radiando na estrutura.

Os motores turbofan, por serem estruturas extremamente complexas, apresentam inúmeros componentes e fenômenos capazes de produzir ruído. No entanto, identificam-se o *fan* e o jato expelido no bocal de combustão como as principais fontes geradoras de ondas sonoras. Analisando o espectro de frequência dos níveis de pressão, consegue-se distinguir a parcela devido ao *fan* e ao jato.

2.2. MATERIAIS COMPOSTOS

Um material composto consiste de dois ou mais materiais combinados em uma escala macroscópica resultando em material com uma maior performance em relação aos componentes analisados separadamente (JONES, 1999). Esta escala macroscópica significa que os componentes que formam o material composto podem ser identificados a olho nu. Desta forma os materiais compostos podem ser facilmente diferenciados das ligas metálicas, pois os componentes que formam as ligas metálicas são combinadas em escala microscópicas. Além disso, as ligas metálicas são homogêneas, e atuam essencialmente juntas.

Os materiais compostos possuem várias vantagens quando bem projetados, exibindo geralmente boas qualidades dos seus componentes ou constituintes, e às vezes adquirindo outras qualidades que nenhum dos componentes possuem quando analisados isoladamente. Algumas das propriedades que podem ser melhoradas formando um material composto são:

resistência, rigidez, resistência à corrosão, resistência ao desgaste, peso, vida a fadiga, isolamento térmico, condutividade térmica, isolamento acústico (JONES, 1999).

Apesar do material composto possuir várias vantagens em relação aos materiais isotrópicos, é importante o projetista entender que nem todas as propriedades listadas acima podem ser melhoradas ao mesmo tempo. Além disso, geralmente não existe uma aplicação onde o material necessite todas estas propriedades (JONES, 1999). Portanto, o projetista necessita ter amplo conhecimento das propriedades de cada constituinte, criando desta forma um material composto que apresente as características atrativas de cada constituinte para que o novo material formado atenda as necessidades do projeto.

Os materiais compostos podem ser classificados basicamente da seguinte forma (JONES, 1999; BERTHELOT, 1999).

- Materiais compostos fibrosos constituídos de fibras em uma matriz;
- Materiais compostos laminados constituídos de várias camadas de materiais;
- Materiais compostos particulados, que apresentam partículas colocadas dentro de uma matriz;
- Material composto formado pela combinação das configurações citadas acima.

A matriz é formada por uma fase contínua, que tem como função manter as fibras (reforçadores) unidas, protegendo-as do ambiente externo, e transmitindo a estas as solicitações mecânicas aplicadas. Estas matrizes podem ser poliméricas, metálicas, cerâmicas, ou de carbono. Tipicamente, a matriz possui baixas densidade, rigidez e resistência em relação aos reforçadores.

Os reforçadores podem estar disposto na matriz em forma de partículas, fibras descontínuas (whiskers) ou fibras contínuas. A função dos reforçadores é suportar os carregamentos transmitidos pela matriz, garantindo a resistência mecânica do material composto (JONES, 1999; DANIEL e ISHAI, 1994). As fibras podem ser de vidro, aramida (kevlar), carbono, boro, etc, enquanto os particulados podem ser metálicos ou não metálicos. A Figura 2.2 mostra como os reforçadores podem ser orientados dentro da matriz de acordo com a classificação feita anteriormente. Quando os reforçadores estão em forma de particulados, as

partículas são distribuídas de forma dispersa dentro da matriz. Com os reforçadores em forma de fibras descontínuas (whiskers), as fibras podem ser orientadas de forma unidirecional (quando orientadas segundo uma mesma direção) ou orientadas de forma aleatória dentro da matriz. Por último, têm-se as fibras contínuas que podem ser definidas como sendo unidirecionais, bidimensionais (com as fibras orientadas segundo duas direções ortogonais - tecidos), ou com as fibras orientadas aleatoriamente (esteiras), e tridimensionais (quando as fibras são orientadas no espaço tridimensional - tecidos multidimensionais) (DANIEL e ISHAI, 2006; PEREIRA, 2007).

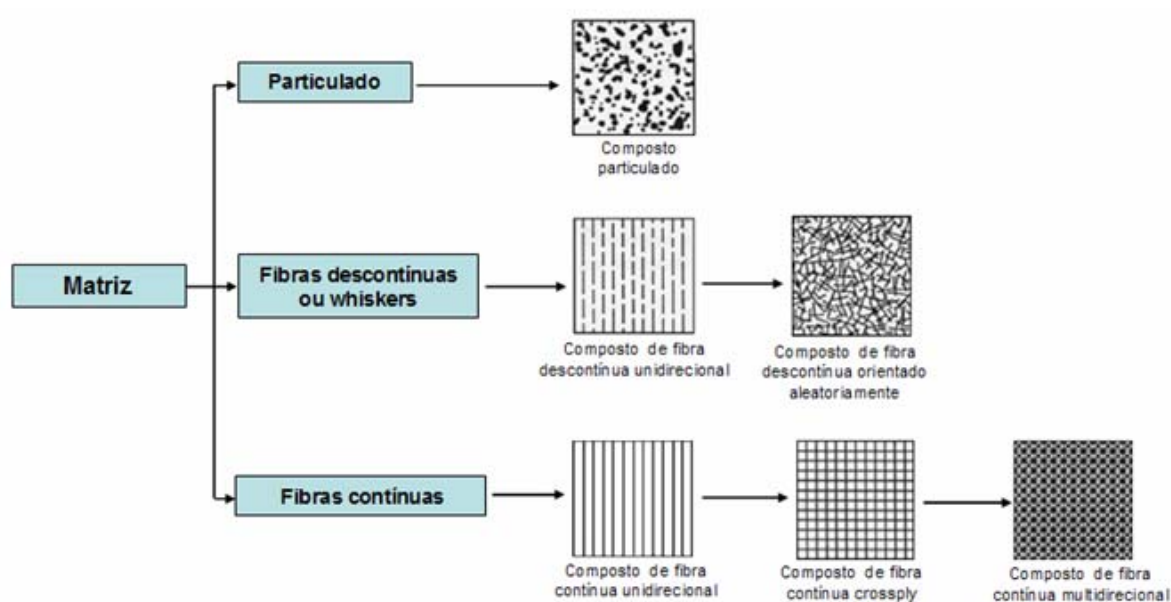


Figura 2.2 – Classificação dos materiais compósitos (Daniel & Ishai, 1994).

Os painéis de material composto que foram avaliados neste trabalho são constituídos de fibra de carbono com matriz em resina epóxi. As aplicações aeroespaciais usam este material composto com frequência cada vez maior, exceto quando as altas temperaturas desenvolvidas são críticas. Uma amostra do tecido em fibra de carbono pode ser visto na Figura 2.3. Na figura é possível observar as direções de orientação das fibras de 0° e 90° , correspondentes aos módulos de elasticidade E_x e E_y .

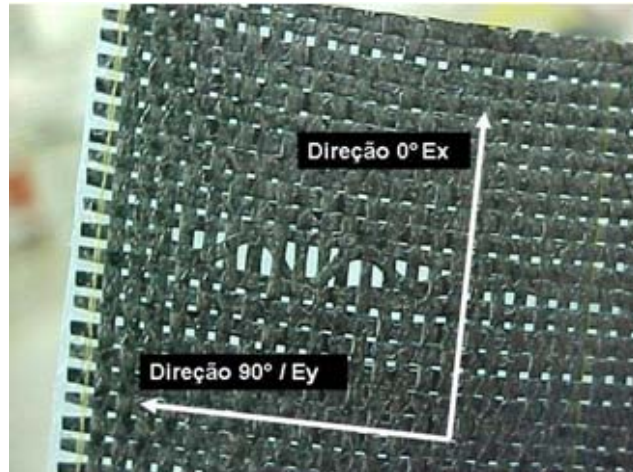


Figura 2.3 – Detalhe do tecido e orientação das fibras do material composto.

Estes painéis estruturais aeronáuticos são constituídos de sucessivas lâminas de fibras bidimensionais impregnadas em resina segundo uma orientação. A orientação das fibras é feita em relação ao sistema de eixo de referência (x, y, z), onde as fibras são giradas de um ângulo θ em torno do eixo z . Com isso define-se um sistema de eixos ortogonais (1, 2, 3), conhecido como sistema de eixos de ortotropia, segundo o qual são identificadas as propriedades elásticas. A direção 1 está alinhada com a fibra, a direção 2 é perpendicular à fibra e pertence ao plano do laminado, e por último a direção 3 é perpendicular ao plano do laminado. A Figura 2.4 mostra um esquema do sistema de eixos de um laminado composto.

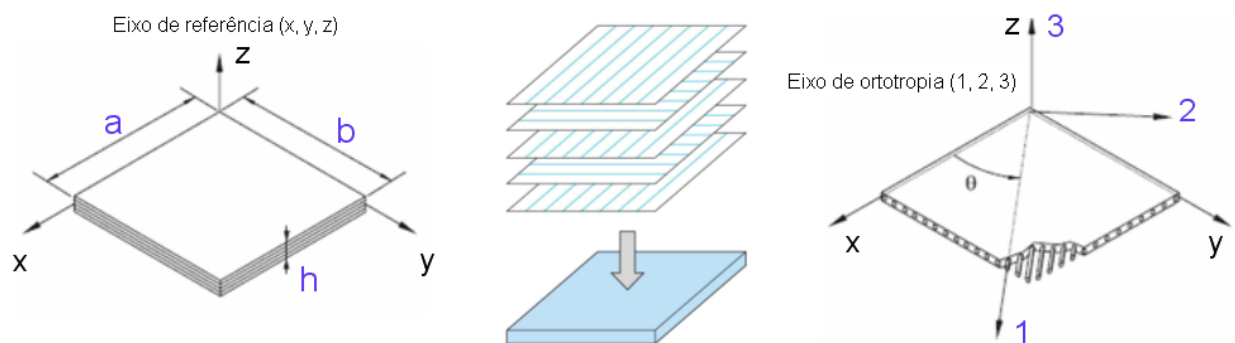


Figura 2.4 – Sistema de eixo de referência e ortotropia de um laminado composto.

O material composto laminado é diferenciado da maioria dos materiais de engenharia por ser caracterizado como ortotrópico, isto é, um material no qual as propriedades elásticas são diferentes nas três direções: longitudinal (direção 1), transversal (direção 2) e direção 3 (ortogonal ao plano 12). A partir do sistema de eixo ortotrópico (1, 2, 3) criado no composto

laminado é possível relacionar deformação/tensão através da matriz de flexibilidade $[S_{ij}]$. Os elementos desta matriz de flexibilidade são descritos em função das constantes de engenharia (módulo de Young ou elasticidade, coeficiente de Poisson, e módulo de cisalhamento). Para um material ortotrópico, a matriz de flexibilidade fica da seguinte forma (JONES, 1999):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad [\varepsilon^1] = [S_{ij}][\sigma^1] \quad (2.1)$$

onde:

ε_i = Deformação normal na direção i;

γ_{ij} = Deformação cisalhante no plano ij;

σ_i = Tensões normal na direção i;

τ_{ij} = Tensão cisalhante no plano ij;

E_i = Módulo de elasticidade na direção i;

ν_{ij} = Coeficiente de Poisson (deformação causada na direção j devida a uma solicitação na direção i);

G_{ij} = Módulo de cisalhamento no plano ij.

Observa-se que na matriz de flexibilidade, Equação (2.1), o material ortotrópico possui 9 (nove) constantes elásticas independentes, isso devido à simetria da mesma ($S_{ij} = S_{ji}$). No entanto, se em todos os pontos do material existe um plano em que as propriedades mecânicas

são iguais em todas as direções, o material é chamado de isotrópico transverso. Considerando que o plano de isotropia transversa é o plano 2-3, restam somente 5 constantes elásticas independentes na matriz de flexibilidade ($E_1, E_2 = E_3, G_{23} = G_{13}, \text{ e } \nu_{23} = \nu_{13}$) (JONES, 1999). Assim, neste plano em que se constata a isotropia transversa, pode-se determinar o módulo de cisalhamento conhecendo-se o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do plano de isotropia transversa, a partir da Equação (2.2), que é uma relação utilizada para os materiais isotrópicos.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.2)$$

onde:

G = Módulo de cisalhamento no plano de isotropia transversa;

E = Módulo de elasticidade no plano de isotropia transversa;

ν = Coeficiente de Poisson no plano de isotropia transversa.

A matriz que relaciona tensão-deformação é denominada matriz de rigidez ou matriz constitutiva $[Q]$. Os elementos da matriz de rigidez de uma lâmina com reforço unidirecional, Figura 2.5, podem ser obtidos em função das constantes elásticas invertendo-se a matriz de flexibilidade $[S_{ij}]$.

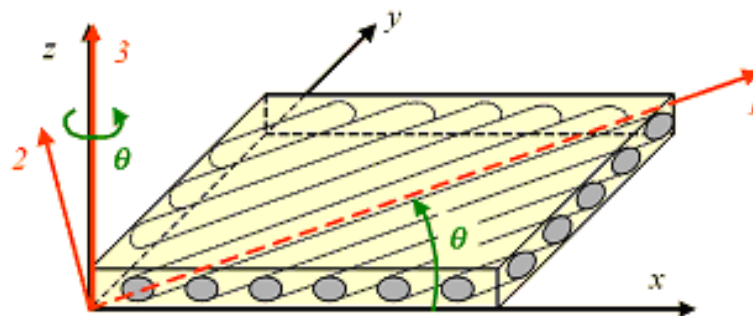


Figura 2.5 – Lâmina com reforço unidirecional (ALMEIDA, 2001).

Para um material ortotrópico, a matriz de flexibilidade no sistema de eixo de ortotropia é dada pela seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde os coeficientes são dados pelas seguintes expressões (JONES, 1999):

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & Q_{12} &= \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} & Q_{13} &= \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} \\ Q_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & Q_{23} &= \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta} & Q_{22} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ Q_{44} &= G_{23} & Q_{55} &= G_{31} & Q_{66} &= G_{12} \end{aligned}$$

$$\text{onde, } \Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}.$$

Considerando que a lâmina esteja sob um estado plano de tensões no plano 1-2, ou seja, $(\sigma_3 = 0, \tau_{23} = 0 \text{ e } \tau_{31} = 0, \text{ com } \sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \tau_{12} \neq 0 \text{ e } \tau_{23} \neq 0)$, a relação entre a tensão/deformação fica expressa da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12}$$

Quando for necessário determinar o tensor de tensões de uma lâmina em uma direção arbitrária θ fora do sistema de eixo de ortotropia, deve-se multiplicar o tensor de tensões do sistema de ortotropia pela matriz de transformação $[T_\sigma]$. Para uma lâmina sob o efeito do estado plano de tensões, a relação entre o tensor de tensões no sistema de eixos de referência e o tensor de tensões no sistema de eixos de ortotropia é dada pela seguinte expressão (JONES, 1999):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T_\sigma] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \text{ onde } [T_\sigma] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

De maneira análoga, a matriz de transformação $[T_\epsilon]$ que relaciona as deformações no sistema de eixo de referência com as deformações no sistema de eixo de ortotropia, em uma direção arbitrária de uma lâmina de material composto pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [T_\epsilon] \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \text{ onde } [T_\epsilon] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

sendo, $[T_\epsilon] = ([T_\sigma]^{-1})^T$ ou $[T_\epsilon]^{-1} = [T_\sigma]^T$.

Substituindo as Equações (2.4) e (2.6) na Equação (2.5) obtém-se a matriz de rigidez no sistema de eixo de referência $[\bar{Q}]$, que relaciona tensão e deformação no sistema de eixo de referência para uma lâmina de orientação arbitrária θ :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T_\sigma] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T_\sigma][Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T_\sigma][Q][T_\varepsilon]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [T_\sigma][Q][T_\sigma]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde, $[T_\sigma][Q][T_\sigma]^T = [\bar{Q}] \Rightarrow$ Matriz de Rigidez no Sistema de Eixo de Referência

Assim, a relação tensão-deformação no sistema de referência (x, y, z) fica:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Considerando o estado plano de tensões em uma lâmina os elementos da matriz de rigidez $[\bar{Q}]$ no sistema de referência (x, y, z) podem ser obtidos a partir das seguintes equações (JONES, 1998):

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Finalizado o estudo das propriedades elásticas para uma única lâmina, será abordado o comportamento do laminado, de modo que se possam sobrepor as propriedades individuais de cada lâmina, e assim obter as propriedades do laminado. Como definido anteriormente, o laminado é formado por uma série de lâminas empilhadas uma sobre as outras com orientações e espessuras que podem ser diferentes uma das outras. Desta maneira, as lâminas orientadas com diferentes ângulos em relação ao eixo global do laminado podem fornecer um laminado com maior resistência capaz de suportar esforços em várias direções.

Para estudar o comportamento do laminado composto será utilizada a teoria clássica dos laminados (TCL), conhecida também como a teoria clássica de placas laminadas. A teoria clássica dos laminados baseia-se nas seguintes hipóteses:

- Considera-se que o laminado está perfeitamente unido entre as lâminas, não existindo movimento relativo entre as mesmas;
- Uma seção que seja plana e perpendicular à superfície média do laminado, é suposta que continue plana e perpendicular após sofrer deformação;
- O laminado age como uma única lâmina com propriedades especiais.

Com base na teoria clássica dos laminados, a Equação (2.10) descreve as deformações no sistema de eixo de referência (x, y, z) através da espessura do laminado (JONES, 1999).

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}\end{aligned}\tag{2.10}$$

onde,

$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$ e γ_{xy}^0 = Deformações da superfície média, devido ao comportamento em membrana do laminado;

κ_x, κ_y e κ_{xy} = Curvaturas devido ao comportamento em flexão.

z = Espessura da lâmina ao longo da direção z.

Inserindo a Equação (2.9) na Equação (2.7), as tensões na k-ésima lâmina podem ser obtida através da Equação (2.10), em termos das deformações e curvaturas na superfície média.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{61} & \overline{Q}_{62} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\ \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \end{bmatrix}\tag{2.11}$$

Desta forma, cada lâmina desenvolverá suas próprias tensões coplanares, dependendo das suas propriedades e da cota ao longo de z . Logo, a distribuição de tensões através da espessura do laminado não será necessariamente linear.

Baseado na teoria clássica dos laminados, é possível obter a matriz de rigidez à membrana e flexão estrutural do laminado composto. Portanto, considera-se um laminado sujeito aos esforços internos de membrana e flexão no plano do laminado, conforme ilustrado na Figura 2.6.

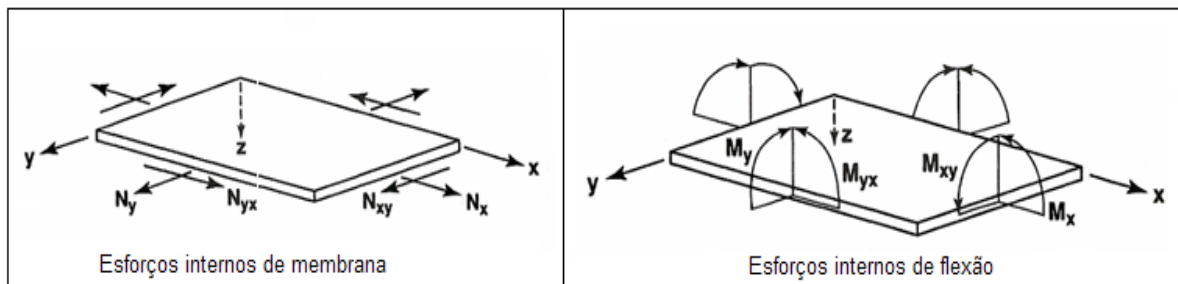


Figura 2.6 – Esforços internos de membrana e flexão sobre um elemento de placa laminada (JONES, 1999).

As forças e momentos resultantes atuando no laminado são obtidos pela integração das tensões em cada lâmina através da espessura do laminado. Assim, tem-se:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (2.12)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (2.13)$$

onde:

N_i = Força normal por unidade de comprimento na direção i ;

N_{ij} = Força cortante por unidade de comprimento transversal no plano ij ;

M_i = Momento fletor por unidade de comprimento em torno dos eixos i ;

M_{ij} = Momento torçor por unidade de comprimento no plano ij .

t = Espessura total do laminado.

Calculando o somatório de integrais ao longo da espessura z , as forças e momentos resultantes nas N lâminas do laminado podem ser obtidas através das seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (2.15)$$

onde z_k e z_{k-1} são definidos com base na geometria do laminado, como ilustra a Figura 2.7.

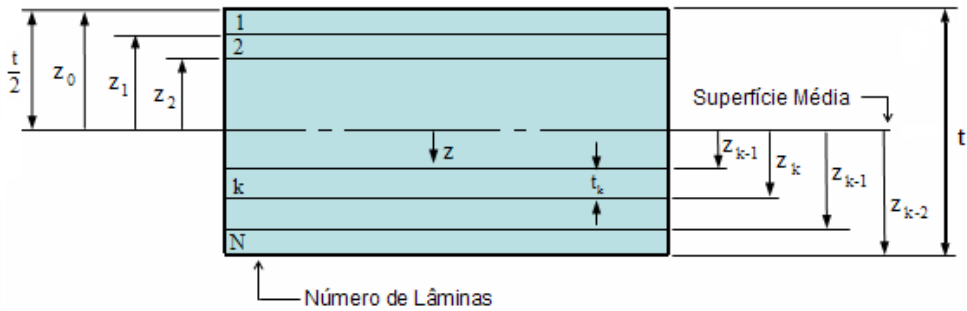


Figura 2.7 – Geometria de um laminado com N lâminas.

Substituindo a Equação (2.11) nas Equações (2.14) e (2.15), tem-se:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z dz \right] \quad (2.16)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right] \quad (2.17)$$

Como ε_x^o , ε_y^o , γ_{xy}^o , κ_x , κ_y e κ_{xy} não são funções de z , ao realizar as integrações esses termos podem ser removidos dos somatórios, assim as Equações (2.16) e (2.17) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde:

$$\begin{aligned} [A_{ij}] &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\ [B_{ij}] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ [D_{ij}] &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (2.20)$$

sendo,

$[A]$ = Matriz de rigidez em membrana;

$[B]$ = Matriz de acoplamento membrana/flexão;

$[D]$ = Matriz de rigidez em flexão.

Reescrevendo as Equações (2.18) e (2.19) numa forma mais compacta, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varepsilon] \\ [k] \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Conclui-se que, após determinadas as matrizes $[A]$, $[B]$ e $[D]$, é possível obter as forças e momentos fletores no laminado composto, se conhecidas as deformações e curvaturas na superfície média (ou vice-versa). A partir deste ponto, tem-se a grande vantagem do laminado composto, pois o projetista tem a possibilidade de alterar a configuração do laminado, modificando a orientação das fibras de forma a encontrar uma melhor disposição para suportar os esforços sobre a estrutura em análise.

2.3. DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS COMPOSTOS

As propriedades mecânicas dos materiais compostos, tais como módulos de elasticidade E_i , módulos de cisalhamento G_{ij} e coeficiente de Poisson ν_{ij} podem ser determinados através do método da “regra das misturas”, ou através de ensaios laboratoriais (TITA, 1999). Os ensaios em laboratório podem ser realizados através de ensaios estáticos ou dinâmicos. Os métodos para determinação das propriedades mecânicas estão descritos nas seções abaixo.

2.3.1. Propriedades elásticas determinadas através da “regra das misturas”

A determinação das propriedades elásticas de uma lâmina unidirecional pode ser estimada matematicamente com base na “regra das misturas”. Nesta regra o comportamento da lâmina é abordado sob o ponto de vista micromecânico, o qual estuda as interações microscópicas entre os elementos constituintes de uma lâmina (JONES, 1999). Na análise micromecânica de uma lâmina as seguintes hipóteses são feitas (TELES, 2007):

- A lâmina é macroscopicamente homogênea e ortotrópica;

- A lâmina é elástica linear e livre de qualquer tensão interna ou térmica;
- As fibras são uniformes nas propriedades e diâmetros, são contínuas, paralelas e regularmente espaçadas;
- A matriz é considerada homogênea, isotrópica e de comportamento elástico linear;
- Existe perfeita adesão entre matriz e fibra e não existem vazios.

Neste estudo baseado no comportamento micromecânico, as propriedades elásticas da lâmina podem ser expressas em termos dos módulos de elasticidade, coeficientes de Poisson e da proporção relativa de cada constituinte presente na lâmina. As propriedades de cada constituinte são obtidas experimentalmente através do ensaio de tração uniaxial.

Determinação do Módulo de Elasticidade na direção 1 – E_1

Considera-se uma lâmina com reforços unidirecional sujeitos a um estado uniaxial de tensão σ_1 ao longo da direção 1 como mostra a Figura 2.8.

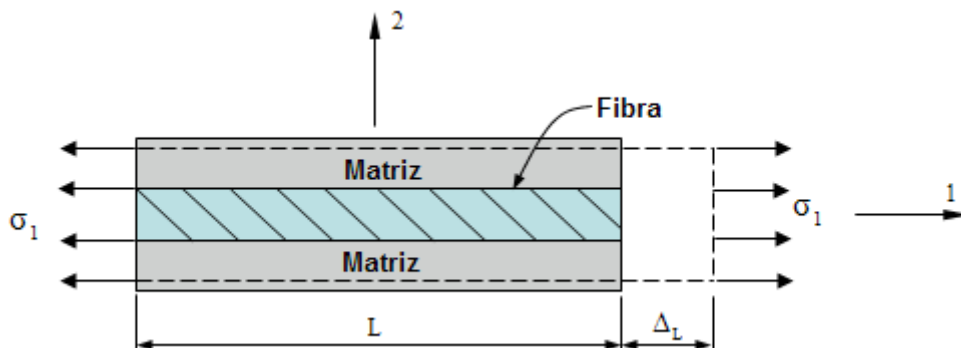


Figura 2.8 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 1.

É importante lembrar que existe uma adesão perfeita entre a fibra e a matriz, logo a deformação gerada devido a tensão σ_1 na direção das fibras ϵ_1 é igual em ambos constituintes: fibra e matriz. Esta deformação é dada pela seguinte expressão:

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta_L}{L} \quad (2.22)$$

A partir da Lei de Hooke, tem-se que o módulo de elasticidade da lâmina na direção 1 pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \quad (2.23)$$

É suposto também, que ambos os constituintes apresentam comportamento elástico, sendo assim, as tensões na direção das fibras podem ser calculadas utilizando as expressões abaixo:

$$\sigma_f = E_f \varepsilon_1 \quad \text{e} \quad \sigma_m = E_m \varepsilon_1 \quad (2.24)$$

onde:

E_f = Módulo de elasticidade da fibra;

E_m = Módulo de elasticidade da matriz.

E ainda, a tensão média atuante na seção transversal da lâmina é dada por:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} \quad (2.25)$$

onde:

P = Força resultante aplicada na direção 1;

σ_1 = Tensão normal aplicada na direção 1;

A = Área da seção transversal da lâmina.

Sabe-se que a tensão σ_f atua na área da seção transversal das fibras, A_f , e σ_m atua na área da seção transversal da matriz, A_m . Logo, a força resultante aplicada na direção 1 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P = \sigma_1 A = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m \quad (2.26)$$

Substituindo a Equação (2.24) na Equação (2.26) e fazendo algumas manipulações matemáticas obtém-se o módulo de elasticidade na direção da lâmina na direção 1 dado pela Equação (2.28).

$$\begin{aligned} \sigma_1 A &= E_f \varepsilon_1 A_f + E_m \varepsilon_1 A_m \\ \sigma_1 A &= (E_f A_f + E_m A_m) \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = E_f \frac{A_f}{A} + E_m \frac{A_m}{A} \quad (2.28)$$

A fração volumétrica da fibra e matriz é dada pelas Equações (2.29) e (2.30), respectivamente.

$$V_f = \frac{A_f}{A} \quad (2.29)$$

$$V_m = \frac{A_m}{A} \quad (2.30)$$

Reescrevendo a Equação (2.27) em função da fração volumétrica da fibra e matriz, tem-se:

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.31)$$

Determinação do Módulo de Elasticidade na direção 2 – E_2

Agora a lâmina com reforços unidirecional está sujeita a uma tensão σ_2 na direção 2 transversal as fibras como ilustrado na Figura 2.9.

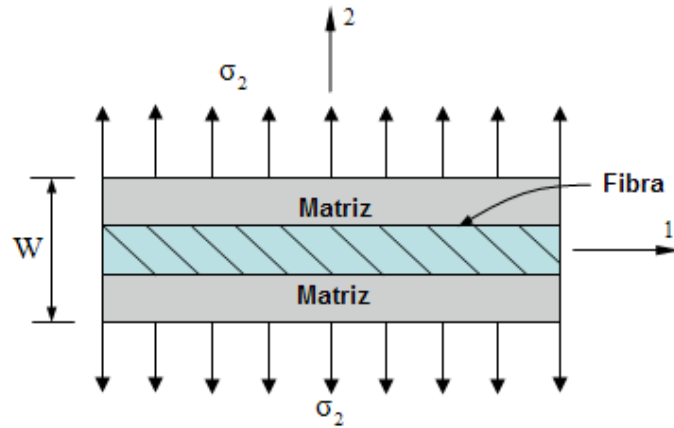


Figura 2.9 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 2.

Assume-se que a tensão σ_2 é a mesma em ambos os constituintes, fibra e matriz. Porém, não pode ser considerado que a deformação gerada na fibra e na matriz devido à tensão σ_2 é igual na direção 2. Sendo assim, a deformação na fibra e matriz pode ser calculada através das seguintes equações:

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma_2}{E_f} \quad (2.32)$$

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_2}{E_m} \quad (2.33)$$

Supõe-se que a deformação transversal total na direção 2 é dada por:

$$\varepsilon_2 = V_f \varepsilon_f + V_m \varepsilon_m \quad (2.34)$$

Substituindo as Equações (2.32) e (2.33) na Equação (2.34) tem-se:

$$\varepsilon_2 = V_f \frac{\sigma_2}{E_f} + V_m \frac{\sigma_2}{E_m} \quad (2.35)$$

Considerando o comportamento macromecânico na lâmina, tem-se que o módulo de elasticidade na direção 2 é obtido através da seguinte expressão:

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 \quad (2.36)$$

Inserindo a Equação (2.36) na Equação (2.35) obtém-se o módulo de elasticidade na direção na transversal as fibras dado pela Equação (2.37):

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (2.37)$$

Determinação do Coeficiente de Poisson - ν_{12}

O coeficiente de Poisson ν_{12} é obtido utilizando a mesma analogia feita na determinação do módulo de elasticidade E_1 . Portanto, considera-se uma lâmina com reforços unidirecional sujeito a um estado uniaxial de tensão σ_1 ao longo da direção 1, como mostra a Figura 2.10, sendo que a deformação gerada devido à tensão σ_1 na direção das fibras ε_1 é igual em ambos constituintes: fibra e matriz. O coeficiente de Poisson é definido por:

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (2.38)$$

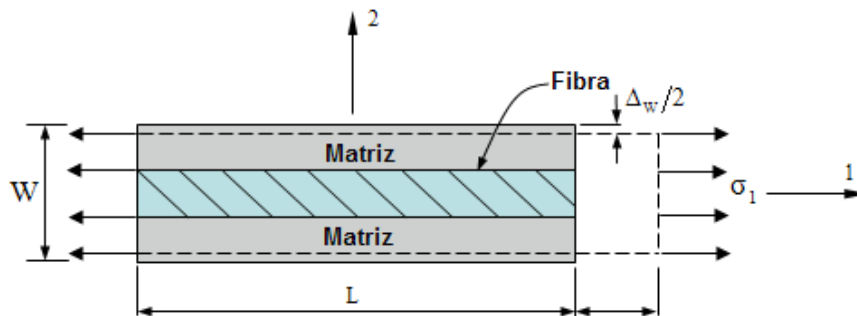


Figura 2.10 – Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeita a um estado de tensão uniaxial na direção 1.

Macroscopicamente a deformação transversal Δ_w na direção 2 é obtida pela Equação (2.38), enquanto que microscopicamente pode ser obtida pela Equação (2.39):

$$\Delta_w = -W\varepsilon_2 = Wv_{12}\varepsilon_1 \quad (2.39)$$

$$\Delta_w = \Delta_{mW} + \Delta_{fW} \quad (2.40)$$

As deformações transversais da fibra e matriz são dadas respectivamente pelas seguintes Equações:

$$\Delta_{fW} = WV_f v_f \varepsilon_1 \quad (2.41)$$

$$\Delta_{mW} = WV_m v_m \varepsilon_1 \quad (2.42)$$

Substituindo as Equações (2.39), (2.41) e (2.42) na Equação (2.40) e dividindo-a por $\varepsilon_1 W$ obtém-se o coeficiente de Poisson v_{12} , dado pela seguinte expressão:

$$v_{12} = v_m V_m + v_f V_f \quad (2.43)$$

onde:

v_m = Coeficiente de Poisson da matriz;

v_f = Coeficiente de Poisson da fibra.

Determinação de Cisalhamento – G_{12}

De acordo a resistência dos materiais, o módulo de cisalhamento G_{12} de uma lâmina é determinado presumindo que a tensão de cisalhamento τ aplicada no plano da lâmina é a mesma em ambos constituintes: fibra e matriz. Porém, as deformações de cisalhamento nos

constituintes são diferentes. Supõe-se também que a lâmina possui comportamento linear. Assim, as deformações de cisalhamento na fibra e matriz são dadas pelas seguintes equações:

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad (2.44)$$

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad (2.45)$$

onde:

G_f = Módulo de cisalhamento da fibra;

G_m = Módulo de cisalhamento da matriz.

A Figura 2.11 (a) ilustra um elemento de volume de uma lâmina sujeita a uma tensão cisalhante τ atuando no plano 1-2 e a Figura 2.11 (b) mostra o campo de deformação cisalhante nos constituintes da lâmina devido ao efeito da tensão cisalhante. Observa-se que a matriz sofre uma deformação maior em relação à fibra, isto ocorre em razão do módulo de cisalhamento da matriz ser menor do que o módulo de elasticidade da fibra.

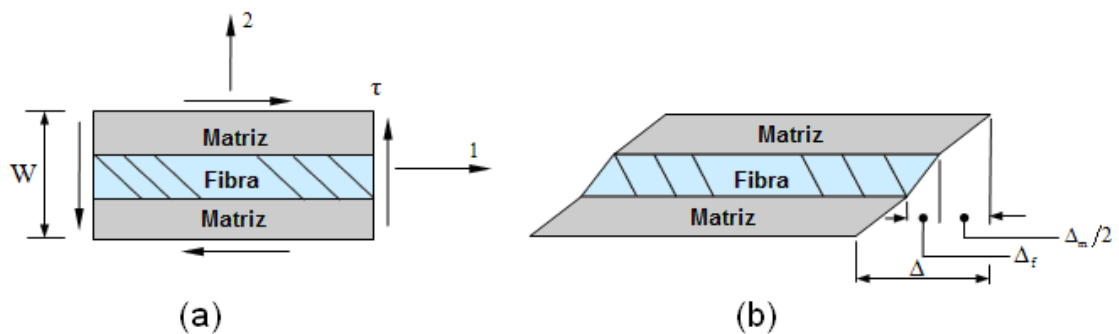


Figura 2.11 – (a) Representação do elemento de volume de uma lâmina sujeito a um estado de tensão cisalhante no plano 1-2; (b) Representação do campo de deformação cisalhante nos constituintes da lâmina devido ao estado da tensão cisalhante.

A deformação cisalhante total é calculada da seguinte forma:

$$\Delta = \gamma W \quad (2.46)$$

Analisando a lâmina microscopicamente a deformação cisalhante nos constituintes (fibra e matriz) pode ser obtida por:

$$\Delta_f = V_f W \gamma_f \quad (2.47)$$

$$\Delta_m = V_m W \gamma_m \quad (2.48)$$

Logo, a deformação cisalhante total pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\Delta = \Delta_f + \Delta_m \quad (2.49)$$

Substituindo na Equação (2.49) as Equações (2.47) e (2.48) e dividindo todos os termos por W tem-se:

$$\gamma = V_f \gamma_f + V_m \gamma_m \quad (2.50)$$

Em seguida, inserindo as Equações (2.44) e (2.45) na Equação (2.50) obtém-se o módulo de cisalhamento G_{12} dado pela Equação (2.51):

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (2.51)$$

2.3.2. Propriedades elásticas determinadas através de ensaio estático

As propriedades mecânicas de materiais compostos, obtidas por meio do ensaio estático, são baseadas na norma “*ASTM D3039 Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials*”. Esta norma baseia-se no comportamento macromecânico da

lâmina, onde apenas as propriedades médias são consideradas. Por ser um ensaio estático, os resultados têm validade para a faixa de baixas frequências.

As propriedades são obtidas realizando um ensaio de tração em um corpo-de-prova de geometria retangular com dimensões padronizadas. O corpo-de-prova consiste em várias camadas do material com todas as fibras alinhadas com a direção longitudinal. Este corpo-de-prova é fixado numa máquina de ensaio de tração que aplica esforços crescentes na direção uniaxial, ou seja, apenas uma das componentes de tensão é não-nula, sendo medidas as deformações correspondentes por extensometria. Com as informações de tensão e deformação obtidas obtêm-se as propriedades elásticas do material composto. Este teste funciona de maneira eficaz, pois as tensões produzidas pela máquina de ensaio de tração são uniformes ao longo do corpo-de-prova.

Inicialmente, o corpo-de-prova (placa de material composto) é submetido à tensão uniaxial de tração σ_1 ao longo da direção 1 da placa, conforme mostrado na Figura 2.12, consequentemente duas deformações são geradas: a deformação de membrana na direção 1, ϵ_1^1 , e a deformação de membrana na direção 2, ϵ_2^1 .

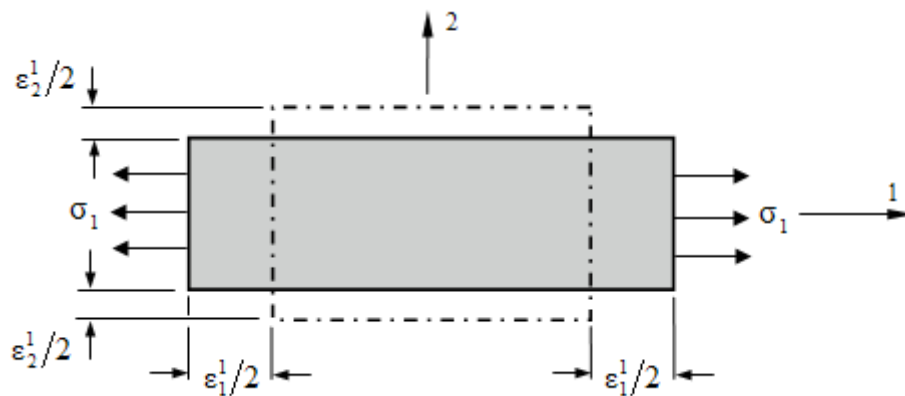


Figura 2.12 - Corpo de prova sujeito à tensão de tração na direção 1.

Com os valores dessas deformações devido à tensão σ_1 calculam-se as seguintes propriedades:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_1^1} \quad (2.52)$$

$$\nu_{12} = \frac{\varepsilon_2^1}{\varepsilon_1^1} \quad (2.53)$$

Em seguida, o corpo-de-prova é submetido à tensão de tração σ_2 na direção 2, como ilustrada na Figura 2.13. Pode-se observar que duas deformações são geradas: ε_1^2 , que representa a deformação de membrana na direção 1, e ε_2^2 que representa a deformação de membrana na direção 2.

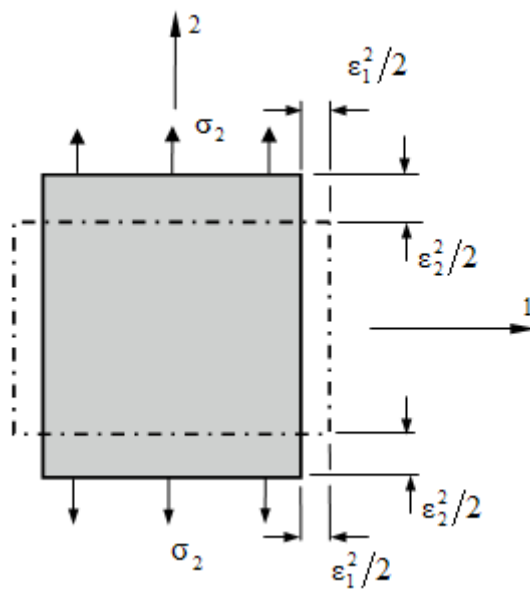


Figura 2.13 – Corpo de prova sujeito à tensão de tração na direção 2.

De maneira análoga ao procedimento anterior, pode-se obter outras duas propriedades elásticas utilizando as seguintes expressões:

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_1^2} \quad (2.54)$$

$$\nu_{21} = \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} \quad (2.55)$$

E por último, o corpo-de-prova é submetido a uma de tensão de cisalhante τ_{12} no plano 1-2, conforme apresentado na Figura 2.14, o que resulta em uma deformação de cisalhamento γ_{12} no mesmo plano 1-2.

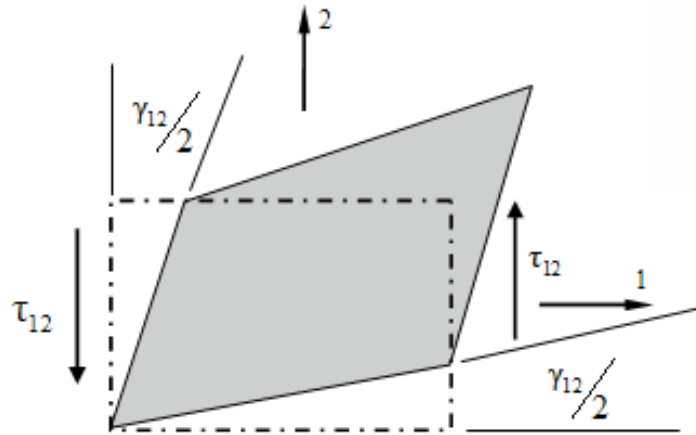


Figura 2.14 – Corpo de prova sujeito à tensão cisalhante no plano 12.

Dessa forma, o módulo de cisalhamento pode ser definido a partir da seguinte expressão:

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} \quad (2.56)$$

2.3.3. Propriedades elásticas determinadas através de ensaios dinâmicos

As propriedades elásticas estimadas através dos ensaios dinâmicos são baseadas na norma *ASTM E 1876 – 01 Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration*, para a determinação dos módulos E e G e do coeficiente de Poisson ν . Esta norma utiliza vigas como corpos de prova e excitação do tipo impulsiva. Esta técnica fornece resultados que podem variar com a frequência, podendo, portanto, ser estendidos até as altas frequências. Para minimizar a influência dos sensores nos resultados, sensores sem contato devem ser usados.

Outra técnica que vem sendo bastante utilizada para a determinação das propriedades mecânicas de compósitos é baseada no ajuste de um modelo numérico, que é baseado nos

resultados experimentais da função resposta em frequência, na qual se considera o comportamento real do material (LEE, KAM, 2006). A função resposta em frequência (FRF) pode ser definida como sendo a relação entre a Transformada de Fourier do sinal de resposta e a Transformada de Fourier de excitação (JORDAN, 2002). Se a resposta e a excitação são medidas no mesmo ponto, diz-se que a FRF é pontual. Caso contrário, quando a excitação é aplicada em um ponto da estrutura de localização diferente do ponto de medição, tem-se uma FRF de transferência.

O método consiste na obtenção de uma função resposta em frequência que represente o comportamento do material, preferencialmente utilizando transdutores sem contato, como medidores de velocidade a laser, que não interferem na resposta do corpo de prova. Paralelamente, é feito um modelo numérico para a extração da função resposta em frequência. Em seguida o modelo numérico é ajustado para que os resultados deste coincidam com os experimentais e as novas propriedades obtidas, são chamadas de propriedades “ajustadas”. Da função de resposta em frequência são escolhidos alguns modos para o ajuste, os quais devem ser identificados (flexão, longitudinal, torção, etc). O ajuste normalmente é realizado utilizando técnicas de otimização, que minimizam um estimador de erro, o qual expressa a diferença entre a resposta do modelo numérico e o resultado experimental. Num processo iterativo, as propriedades escolhidas são ajustadas até que um critério de convergência seja atingido. O processo necessita de valores iniciais das propriedades, geralmente obtidos através de ensaios estáticos. Os corpos de prova mais usuais são placas com bordas livres. Entretanto, vigas também podem ser utilizadas.

Esta técnica do ajuste do modelo numérico, baseada em resultados experimentais, oferece grande vantagem comparada com o teste estático, por se tratar de um teste não destrutivo, rápido e de baixo custo. Além disso, na análise de vibração, a resposta da estrutura às cargas impostas é governada por suas propriedades médias globais, enquanto que nos testes estáticos são obtidas as propriedades locais.

2.4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (FEM – *Finite Elements Method*) é um método numérico largamente utilizado para solução de problemas vibro-acústicos. Estes problemas podem ser descrito matematicamente por uma equação diferencial ou por uma equação integral. Ambas as descrições pode ser usadas para formulação do método dos elementos finitos.

O FEM é uma técnica que visa transformar um problema infinito-dimensional em um problema finito-dimensional, ou seja, transformar um sistema contínuo em um sistema discreto, com um número finito de incógnitas. O método consiste em dividir o domínio sobre o qual o problema é analisado em várias regiões denominadas elementos, os quais estão conectados por nós ou pontos nodais. O conjunto de elementos utilizados na discretização da estrutura é denominado de malha. A Figura 2.15 ilustra a malha de elementos finitos de uma placa com viga de reforço.

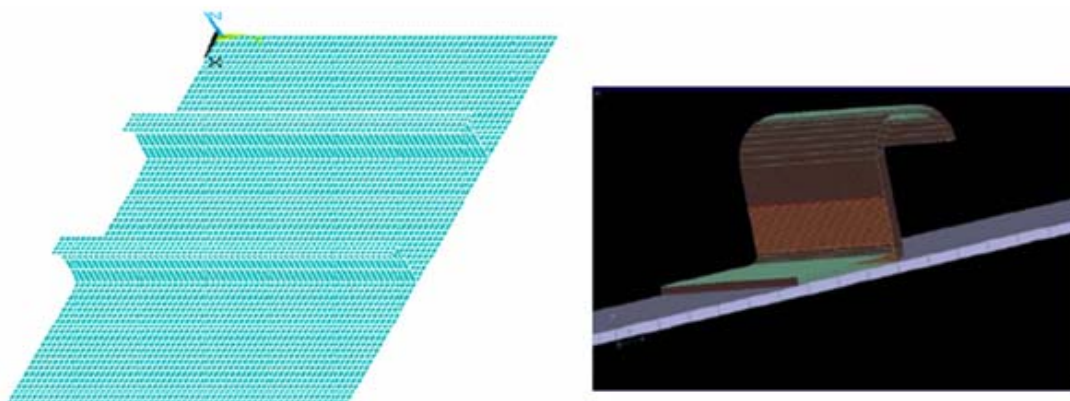


Figura 2.15 – Malha de elementos finitos de uma placa.

Em todo problema formulado em domínios contínuos, as incógnitas do problema são denominadas variáveis de campo (que podem ser variáveis escalares ou vetoriais) que podem assumir valores independentes em cada ponto do domínio. Consequentemente, o problema tem um número infinito de incógnitas, sendo caracterizado como um problema infinito-dimensional. Este tipo de problema é geralmente modelado por equações diferenciais parciais cuja solução analítica é dada por funções que fornecem os valores das variáveis de campo em função das coordenadas espaciais para todos os pontos do domínio (RADE, 2003).

O uso do FEM é bastante utilizado nos problemas práticos de Engenharia devido à complexidade dos mesmos, pois as soluções analíticas tornam-se inviáveis para determinadas geometrias de estrutura. Somente para sistemas de geometria simples, com condições de contorno e carregamento bem definidos, consegue-se uma solução exata. Portanto, necessita-se recorrer a técnicas capazes de fornecer soluções numéricas aproximadas (RADE, 2003; ALVES FILHO, 2005).

Devido à sua eficiência e flexibilidade, além de sua adequação à implementação em computadores, o FEM tem hoje uma grande difusão tanto no meio acadêmico como no industrial, estando disponível em grande número de pacotes comerciais existentes no mercado (ANSYS®, NASTRAN®, ABAQUS®, etc.) (RADE, 2003). As análises realizadas nestes *softwares* comerciais envolvem basicamente as seguintes etapas:

- **Preprocessamento:** Esta etapa consiste na construção de uma geometria, a qual possui correspondente propriedades do material, condições de carregamento e as condições de contorno. Define-se o tipo de elemento para criação da malha de elementos finitos. Alguns *softwares* têm uma ferramenta na qual a malha de elementos finitos pode ser feita automaticamente. No modelo é possível definir um ou mais tipos de elementos.
- **Análise Numérica:** Nesta etapa é estabelecido o tipo de análise que será realizada no modelo. Em seguida, o *software* gera automaticamente as matrizes que descrevem o comportamento de cada elemento, combinando estas matrizes dentro de uma equação matricial que representa os elementos finitos da estrutura. No final, o *software* resolve esta equação matricial determinando a solução nodal da malha de elementos finitos.
- **Posprocessamento:** Refere-se a etapa onde os resultados obtidos através da análise de elementos finitos são listados ou exibidos graficamente. Nesta etapa os *softwares* comerciais trazem diversas ferramentas que tornam possível ao engenheiro analisar o modelo numérico em questão de forma mais detalhada para melhor entendimento do fenômeno físico. No caso da análise dinâmica, por exemplo, na solução de uma análise modal, é possível visualizar os modos de vibração da estrutura.

2.5. AMORTECIMENTO ESTRUTURAL

O amortecimento estrutural é o responsável pela conversão da energia mecânica de um sistema vibrante em calor e outras formas de energia, através de diversos mecanismos (LI, 2006). Estes mecanismos estão vinculados ao amortecimento do material e ao amortecimento do sistema. O amortecimento do material, conhecido também como amortecimento interno, é o amortecimento inerente do próprio material, o qual está relacionado aos grãos e descontinuidades na estrutura molecular. Já o amortecimento do sistema está relacionado aos componentes estruturais acoplados, que apresentam amortecimento bastante superior ao amortecimento interno devido à energia dissipada por atrito nos suportes, articulações, juntas e uniões dos componentes. Outro mecanismo que vem sendo bastante utilizado na área automobilística e aeronáutica, e que faz aumentar significativamente o amortecimento do sistema, é adição de material de amortecimento em estruturas acopladas, tal como a aplicação de materiais viscoelásticos sobre a estrutura (RAO, 2003).

O fator de perda η é o parâmetro normalmente utilizado para representar o amortecimento estrutural. O fator de perda de um sistema estrutural pode ser definido como sendo a razão entre a energia dissipada por radiano de oscilação e a máxima energia vibratória da estrutura (LENZI, 2007).

$$\eta = \frac{\Delta E}{E_{SE}} = \frac{E_{\text{diss/ciclo}}}{2\pi M \langle \vec{v}^2 \rangle} = \frac{W_{\text{dissipada}}}{2\pi f M \langle \vec{v}^2 \rangle} = \frac{W_{\text{dissipada}}}{\omega M \langle \vec{v}^2 \rangle} \quad (2.57)$$

O amortecimento é um parâmetro muito importante em projeto mecânico, pois o nível de vibrações e ruído em um sistema dinâmico pode ser controlado pelo mesmo. Geralmente, o amortecimento em estruturas de metais é baixo, o que resulta em altas amplitudes de vibrações. Para os materiais compostos reforçados com fibras, o amortecimento é normalmente alto e depende da constituição dos materiais (fibra e matriz) e da disposição das fibras no laminado (BERTHELOT; ASSARAR; SEFRANI; EL MAHI, 2008).

O amortecimento estrutural normalmente é determinado experimentalmente, devido à dificuldade que se encontra no cálculo da energia dissipada devido ao atrito nos suportes,

articulações, juntas e uniões de estruturas montadas. Os métodos experimentais utilizados na determinação do fator de amortecimento estão baseados na resposta da estrutura quando aplicada uma excitação na mesma. Os principais métodos utilizados na determinação do fator de amortecimento são: o método do decaimento, método da banda de meia potência, e o método da potência de entrada. Em todos os métodos listados acima é necessário quantificar a magnitude da excitação aplicada na estrutura, exceto no método do decaimento.

2.5.1. Método do Decaimento

O método do decaimento é a técnica mais comum devido à sua simplicidade e rapidez. O método consiste na captação da taxa de decaimento das vibrações de uma estrutura após a excitação ser interrompida subitamente, sendo esta taxa representada pelo tempo de decaimento, variável inversamente proporcional ao fator de perda de amortecimento η conforme mostra a relação abaixo (CREMER, 1985):

$$\eta = \frac{\ln 10^6}{\omega T_{60}} \approx \frac{2,2}{f_c T_{60}} \quad (2.58)$$

onde T_{60} representa o tempo de reverberação e f_c a frequência central de cada banda de terço de oitava. O tempo de reverberação é definido como sendo o tempo que o sinal de vibração leva para que se alcance uma queda 60 dB após a excitação ser interrompida (BERANEK, 1988). A Figura 2.16 ilustra um sinal típico da curva do tempo de decaimento. Esta excitação deve ser aplicada na estrutura através de um impulso de curta duração, de modo que a energia fornecida a estrutura esteja distribuídas até as altas frequências.

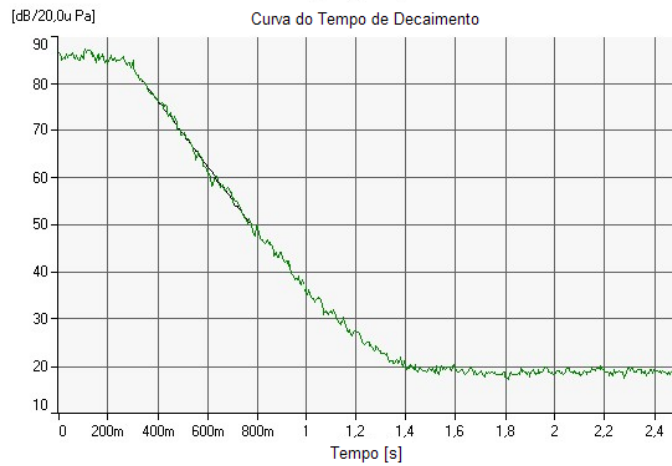


Figura 2.16 – Sinal típico da curva do tempo de decaimento.

Este método pode ser usado para medição do amortecimento de um único modo ressonante ou a medição da média do amortecimento de um grupo de modos numa banda de frequências. Complicações surgem neste método quando existe um grande número de modos dentro da banda de frequência em análise. Em função disso, as inclinações das curvas do tempo de reverberação de cada banda de frequências podem ficar distorcidas, desta forma o resultado do fator de perda não pode ser determinado com alto grau de precisão (CREMER, 1985). Através do método do tempo de decaimento, geralmente obtêm-se resultados de amortecimento com boa precisão para estruturas que possuem baixo amortecimento.

2.5.2. Método da Banda de Meia Potência

O método da banda de meia potência é conhecido também como o método da largura de banda modal. Este método determina o fator de perda por amortecimento para modos de vibrações individuais a partir da medição da função resposta em frequência (FRF). Isto significa que cada modo domina a resposta da estrutura na vizinhança da sua frequência natural. A expressão que define o cálculo do fator de perda η através do método da banda de meia potência é dada por:

$$\eta = \frac{\Delta\omega}{\omega_n} = \frac{\omega_s - \omega_i}{\omega_n} \quad (2.59)$$

onde:

$\Delta\omega$ = Largura da banda de meia potência;
 ω_n = Frequência natural.

Para melhor entendimento do método, considere a função resposta em frequência ilustrada na Figura 2.17. A largura da banda de meia potência $\Delta\omega$ é definida como sendo a distância entre as duas frequências inferior e superior (ω_i e ω_s) a 3 dB abaixo do pico de ressonância. Portanto, primeiramente é necessário a identificação dos picos de ressonância na FRF, determinando em seguida a largura da banda de cada modo, e por fim calcular o fator de perda da estrutura a partir da Equação (2.59). O fator de perda obtido através deste método deve ser calculado a partir da média de vários pontos de excitação para reduzir os erros experimentais.

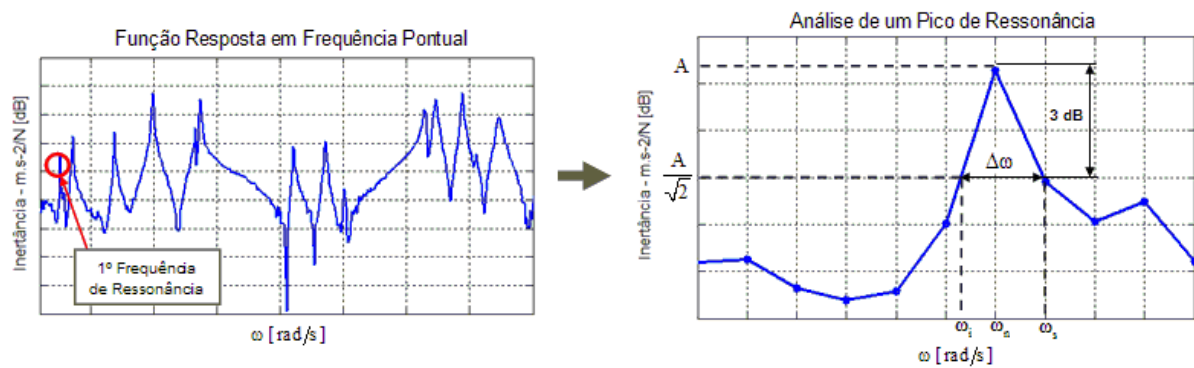


Figura 2.17 – Método de medição através do método da banda de meia potência.

Com este método é difícil obter resultados precisos para estruturas que possuem alto amortecimento e que apresentam alta densidade modal (CARFAGNI; PIERINI, 1999). A Figura 2.18 ilustra este comportamento, onde a utilização do método da banda de meia potência não é recomendada, pois a largura da banda não corresponde de fato à largura real do pico da ressonância. Desta forma, os resultados de amortecimento podem ser superestimados. Portanto, é importante que os picos de ressonâncias da FRF estejam bem definidos para que não ocorra este tipo de erro.

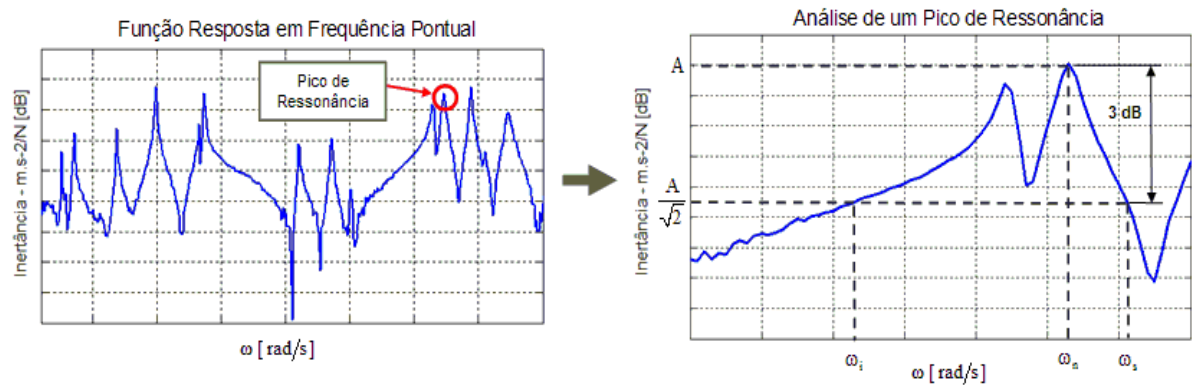


Figura 2.18 – Função resposta em frequência típica de uma estrutura muito amortecida.

Existem outras formas de calcular a largura de banda, como por exemplo, utilizando o ajuste de curvas. A aplicação do ajuste de curvas será explicada considerando a resposta em frequência de um sistema de um grau de liberdade livre, sujeito a uma força harmônica (MEAD, 1988). A Figura 2.19 ilustra a resposta em frequência deste sistema na região próxima a frequência de ressonância. Este pico corresponde à amplitude da ressonância que ocorre na frequência ω_j .

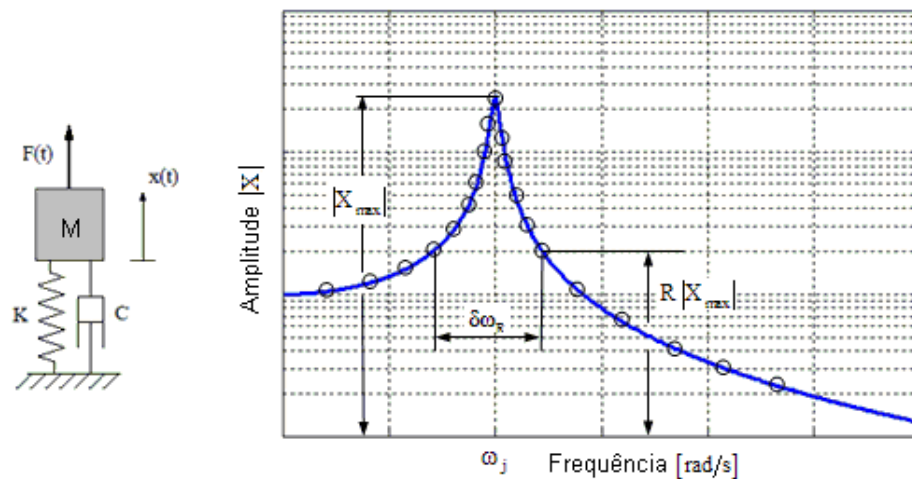


Figura 2.19 – Função resposta em frequência de um sistema de 1 grau de liberdade.

A partir desta curva define-se o fator da largura de banda que é dado pela Equação (2.60), que é função da razão de amplitude R:

$$\delta\Omega_R = \delta\omega_R / \omega_j \quad (2.60)$$

O fator de largura da banda e a razão de amplitude estão relacionados com o fator de perda por amortecimento η_j através da Equação (2.61).

$$\delta\Omega_R = \eta_j \sqrt{R^{-2} - 1} \quad (2.61)$$

Quando $R = 1/\sqrt{2}$, a razão de amplitude se reduz ao ponto da banda de meia potência, que equivale a 3 dB abaixo do pico de ressonância. Desta forma, o fator de perda η_j fica da seguinte maneira:

$$\eta_j = 2\zeta_j = \delta\Omega_{HP} \quad (2.62)$$

onde:

ζ = Razão de amortecimento;

$\delta\Omega_{HP}$ = Fator da largura de banda no ponto da banda de meia potência.

Esta forma de calcular o fator de amortecimento utilizando o ajuste de curvas, baseia-se na aplicação da Equação (2.62), onde o fator da largura de banda é medido para diferentes valores de R . O próximo passo consiste em plotar um gráfico do fator da largura de banda $\delta\Omega_R$ versus o fator de amplitude $\sqrt{R^{-2} - 1}$ para esses valores medidos, como ilustrado na Figura 2.20. Desta forma é possível utilizar o Método dos Mínimos Quadrados e calcular a melhor reta que se ajusta a estes pontos medidos. Após definida a reta, calcula-se a inclinação da mesma a qual representa o fator de perda por amortecimento.

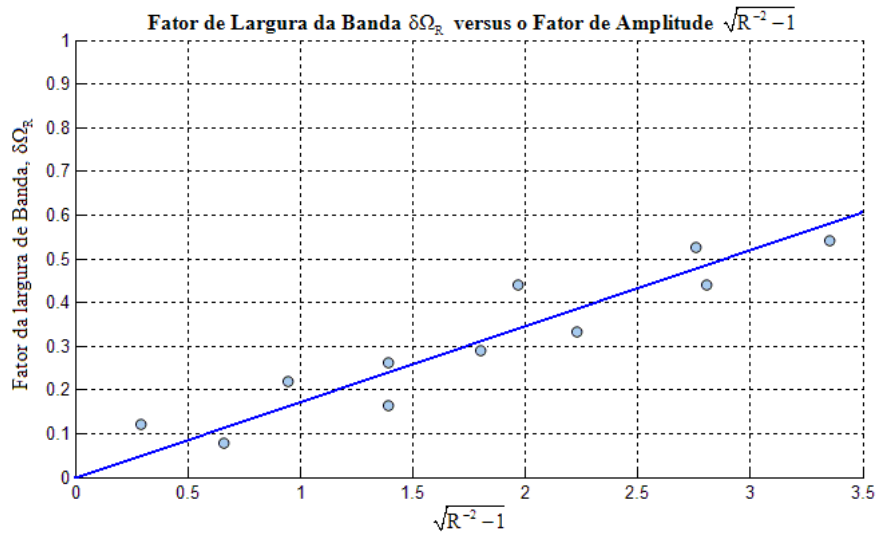


Figura 2.20 – Fator de largura de banda versus o fator de amplitude.

O fator de perda por amortecimento obtido através do ajuste de curvas é mais preciso que o método da banda de meia potência, pois este método torna menos dependente das incertezas de medição da função resposta em frequência e da resolução digital.

2.5.3. Método da Potência de Entrada

O método da potência de entrada, conhecido como PIM (*Power Input Method*), é baseado nas medições da potência injetada e da medição da energia vibratória da estrutura, ou seja, este método é uma aplicação direta da definição do fator de perda. Assim, tem-se a seguinte relação:

$$\eta(\omega) = \frac{\Delta E}{E_{\text{pot}}} \quad (2.63)$$

onde:

ΔE = Energia dissipada do amortecimento ou energia dissipada por radiano de oscilação;

E_{pot} = Energia potencial elástica;

$\eta(\omega)$ = Fator de perda de amortecimento na frequência ω considerada.

Considerando uma estrutura sendo excitada por uma força estacionária em um ponto fixo da estrutura, tem-se um campo de resposta de vibração estacionária, significando que a energia dissipada (ΔE) pode ser substituída por (E_{in}), já que a energia de entrada deve ser igual à energia dissipada sob as condições de estado estacionário. Portanto, o fator de perda pode ser calculado a partir da Equação (2.63), conhecendo-se a energia dissipada e a energia potencial elástica.

As energias ΔE e E_{pot} não podem ser medidas diretamente. Desta forma, considera-se que a energia de entrada de uma fonte de excitação atuando numa estrutura pode ser calculada por meio da medição simultânea da força e velocidade no ponto de excitação a partir da Equação (2.51) (CARFAGNI, PIERINI, 1999):

$$E_{in}(\omega) = \frac{1}{2\omega} \text{Re}[h_{vF}(\omega)]S_F(\omega) \quad (2.64)$$

onde,

$h_{FF}(\omega)$ = Mobilidade pontual (velocidade/força);

$S_F(\omega)$ = Densidade espectral de potência da força de excitação.

Para a determinação da E_{pot} são necessárias três aproximações. Na primeira aproximação assume-se que a energia cinética do sistema é igual a energia elástica, já que a energia elástica não pode ser calculada a partir das medições experimentais de aceleração e força. Logo, a energia cinética E_{cin} pode ser dada através da seguinte expressão:

$$E_{cin}(\omega) = \frac{1}{2} \int_V \rho S_v(\omega) dV \quad (2.65)$$

onde:

ρ_{est} = Densidade da estrutura [kg/m^3];

$S_v(\omega)$ = Densidade espectral de potência do vetor de velocidade.

A segunda aproximação é feita para a avaliação da energia cinética, na qual a integral do volume é estimada a partir de um número N de medições de velocidade distribuída sobre alguns pontos da estrutura, onde cada ponto de medição representa uma porção da estrutura. Desta forma, a Equação (2.65) pode ser expressa da seguinte forma:

$$E_{\text{cin}}(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i S_{v_i}(\omega) \quad (2.66)$$

onde:

m_i = Massa da porção discreta do sistema associada ao ponto de medição i;

$S_{v_i}(\omega)$ = Densidade espectral de potência do vetor de velocidade no ponto de medição i.

Na terceira aproximação supõe-se um sistema linear, assim tem-se a seguinte relação:

$$|h_{iF}(\omega)|^2 = \frac{S_{v_i}(\omega)}{S_F(\omega)} \quad (2.67)$$

E por fim, a Equação (2.63) que define o fator de perda pode ser reescrita combinando as Equações (2.64), (2.66) e (2.67), fornecendo:

$$\eta(\omega) = \frac{\text{Re}[h_{FF}(\omega)]}{m\omega \sum_{i=1}^N |h_{iF}(\omega)|^2} \quad (2.68)$$

onde, considera-se que a massa "m" da placa está uniformemente distribuída.

Portanto, na determinação experimental do fator de perda através do método PIM é necessário extrair N funções respostas em frequências (FRF's), escolhendo pontos bem distribuídos sobre a estrutura (CARFAGNI, PIERINI, 1999). Como se trata de dados experimentais, alguns erros podem ser introduzidos através desta técnica durante as medições das

mobilidades pontuais. Sendo assim, deve-se dispendir extremo cuidado com a suspensão do componente e com a fixação dos acelerômetros para que a energia perdida através destes elementos seja minimizada (LENZI, 2007).

Este método apresenta a vantagem de que o fator de perda pode ser calculado para diferentes amplitudes de vibrações de forma bem controlada, permitindo que o método seja aplicado na pesquisa de novos mecanismos de amortecimento, e na medição do fator de perda de estruturas altamente amortecidas. Por outro lado, este método apresenta a desvantagem de ser bastante demorado e às vezes apresentar problemas de acasalamento de fases entre os sinais de força e resposta.

2.6. EFICIÊNCIA DE RADIAÇÃO SONORA

A radiação sonora e eficiência de radiação de estruturas vibrantes são parâmetros importantes no processo de concepção de um novo produto. Por isso, muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas, com a finalidade de entender os mecanismos de radiação sonora de estruturas vibrantes. Desta forma, é possível aplicar métodos para controlar a radiação sonora gerada por essas estruturas.

A eficiência de radiação sonora é baseada na relação entre a potência acústica radiada e a energia vibratória da estrutura, ou seja, descreve a capacidade de uma estrutura vibrante transformar a energia de vibração em ruído, dada por:

$$\sigma = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (2.69)$$

onde:

W_{rad} = Potência sonora radiada pela superfície [W];

ρ_o = Densidade do meio [kg/m^3];

$S = \text{Área da superfície vibrante [m}^2\text{];}$

$\langle \overline{v^2} \rangle = \text{Velocidade média quadrática no tempo e no espaço [m/s]}^2.$

A eficiência de radiação é dependente da geometria da estrutura vibrante, das propriedades mecânicas, das condições de contorno e das características do meio em que se encontra a estrutura. Se uma superfície rígida (comportamento de pistão) movimenta-se numa frequência para a qual as dimensões da superfície são muito maiores que o comprimento de onda no ar, não haverá deslocamento lateral do ar. Assim, a velocidade de partícula do ar deve ser igual à velocidade de superfície da placa e a radiação ocorrerá na direção normal à superfície. A pressão acústica produzida no meio é dada por:

$$p = \rho c \bar{v} \quad (2.70)$$

e a potência radiada é dada pela Equação (2.71).

$$W_{\text{rad}} = S p \bar{v} = S \rho c \bar{v}^2 \quad (2.71)$$

Portanto, considerando uma estrutura vibrando como um pistão rígido, a eficiência de radiação terá valores tendendo à unidade. Com base nesta hipótese, a eficiência de radiação indica a relação entre a potência radiada por uma estrutura e aquela que é radiada por um pistão rígido de mesma área, em *baffle*, vibrando com a mesma amplitude (CREMER, HEKL & UNGAR, 1988).

Para melhor descrever o mecanismo de radiação de superfícies vibrantes será apresentado inicialmente o mecanismo de radiação sonora de uma fonte elementar (monopolo). Em seguida considera-se que uma superfície vibrante pode ser composta por um conjunto de fontes elementares distribuídas por toda superfície. Desta forma, o campo sonoro pode ser determinado pelo princípio da superposição dos efeitos, sendo calculado pela “Integral de Rayleigh”. Também será descrita a formulação aproximada para o cálculo da eficiência de radiação modal aplicada a placas planas retangulares simplesmente apoiadas, desenvolvida por Maidanik, vibração e radiação sonora de placas planas retangulares em termos dos seus modos de flexão, e o efeito de vigas de reforço na eficiência de radiação.

2.6.1. Radiação Sonora de uma Fonte Esférica

A geração de ruído ocorre devido à variação da pressão ou da velocidade das moléculas do meio. Portanto, o som é gerado por uma série de compressões e rarefações do meio em que se propaga, a partir da fonte sonora.

Com base no fenômeno físico de geração do som, será abordada a radiação sonora de uma fonte esférica de raio “a” apresentando movimento pulsante, sendo que o volume da esfera varia com o tempo t, como ilustrado na Figura 2.21.

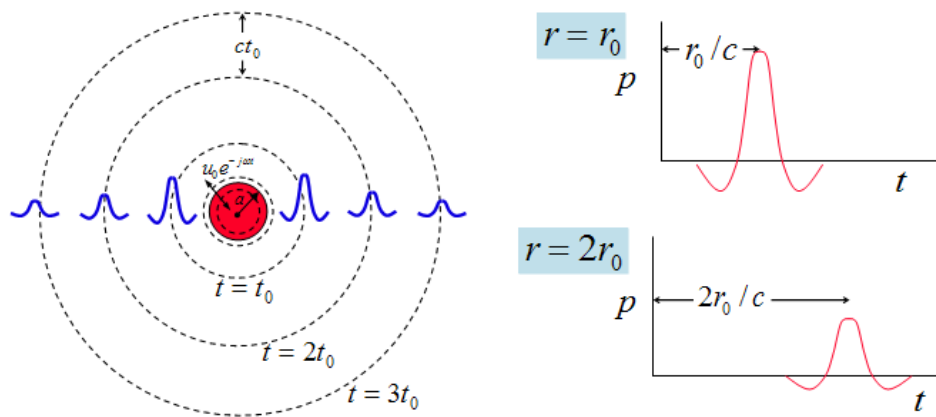


Figura 2.21 – Radiação sonora de uma esfera pulsante.

Considera-se que o centro de massa da esfera está localizado na origem do sistema de coordenadas, com a velocidade de superfície dada pela seguinte equação:

$$u(r = a, t) = u_o e^{-j\omega t} \quad (2.72)$$

onde, u_o representa a amplitude de velocidade na superfície da esfera.

A determinação do campo sonoro gerado por uma esfera pulsante consiste em encontrar a solução da Equação (2.73), que representa a equação da onda em coordenadas esféricas em função do potencial de velocidade:

$$\frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r^2} - \frac{1}{c_o^2} \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.73)$$

onde:

ϕ = Potencial de velocidade;

c_o = velocidade do som no meio [m/s].

A solução da Equação (2.73) é dada por:

$$\phi(r, t) = \left(\frac{A}{r} e^{jkr} + \frac{B}{r} e^{-jkr} \right) e^{-j\omega t} \quad (2.74)$$

onde $k=\omega/c$ é o número de onda, sendo A e B as constantes a serem determinadas.

Neste problema será considerando somente o primeiro termo da Equação (2.74), referente à propagação de ondas divergentes (CREMER, HEKL & UNGAR, 1988). Assim, a constante A pode ser obtida satisfazendo a condição de contorno, onde a velocidade da superfície deve ser igual à velocidade de partícula no meio, $u(r=a, t) = u_o e^{-j\omega t}$. Além disso, é necessário também conhecer as relações entre as variáveis acústicas: velocidade de partícula e o potencial de velocidade, e entre a pressão sonora e a velocidade de partícula, as quais são dadas pelas Equações (2.62) e (2.63).

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi(r, t) \quad (2.75)$$

$$p(r, t) = -\rho_o \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} \quad (2.76)$$

sendo que $\vec{\nabla}$ representa o operador gradiente, $p(r, t)$ é a pressão acústica complexa a uma distância r no tempo t e ρ_o a densidade do meio.

Desenvolvendo a Equação (2.75) e aplicando o operador gradiente no primeiro termo da Equação (2.74), tem-se:

$$\vec{u}(r=a, t) = \vec{\nabla} \phi(r, t) = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{A}{r^2} (1 - jkr) e^{jkr} e^{-j\omega t} \quad (2.77)$$

Aplicando a condição de contorno $u(a, t) = u_o e^{-j\omega t}$ na Equação (2.77), obtém-se a constante A , com os auxílios das equações:

$$u_o e^{-j\omega t} = -\frac{A}{a^2} (1 - jka) e^{jka} e^{-j\omega t} \quad (2.78)$$

$$A = -\frac{u_o a^2 e^{-jka}}{(1 - jka)} \quad (2.79)$$

Substituindo a constante A na Equação (2.77) tem-se a variação espacial da velocidade de partícula dada por:

$$\vec{u}(r, t) = -\frac{u_o a^2}{r^2} \frac{(1 - jkr)}{(1 - jka)} e^{jk(r-a)} e^{-j\omega t} \quad (2.80)$$

Utilizando a Equação (2.76), tem-se a variação espacial da pressão acústica radiada por uma esfera pulsante, dada pela Equação (2.82). Observa-se que a pressão sonora é inversamente proporcional à distância radial r :

$$p(r, t) = -\rho_o \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} = j\omega \rho_o \frac{A}{r} e^{jkr} e^{-j\omega t} \quad (2.81)$$

$$p(r, t) = -\frac{j\omega \rho_o u_o a^2}{r(1 - jka)} e^{jk(r-a)} e^{-j\omega t} \quad (2.82)$$

A velocidade de volume da fonte esférica Q_o é definida como sendo o produto entre a área da superfície de radiação e a velocidade de superfície da esfera (CREMER, HEKL & UNGAR, 1988). Assim, tem-se:

$$Q_o = 4\pi a^2 u_o \quad (2.83)$$

Então, reescrevendo as Equações (2.80) e (2.82) em função da velocidade de volume, tem-se:

$$\vec{u}(r, t) = \frac{Q_o}{4\pi r^2} \frac{(1 - jkr)}{(1 - jka)} e^{jk(r-a)} e^{-j\omega t} \quad (2.84)$$

$$p(r, t) = -\frac{j\omega\rho_o Q_o}{4\pi r(1 - jka)} e^{jk(r-a)} e^{-j\omega t} \quad (2.85)$$

A potência radiada total W radiada pela esfera pulsante pode ser escrita como:

$$W = \int_s I_s ds \quad (2.86)$$

onde I_s é a intensidade sonora de cada elemento de área da superfície ds , podendo ser calculada através da seguinte equação:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \text{Re}\{p\vec{u}^*\} \quad (2.87)$$

onde p é a pressão, \vec{u} é a velocidade, onde o símbolo * indica o conjugado complexo. Logo, a potência radiada W pode ser obtida partir da seguinte expressão:

$$W = \frac{1}{2} \text{Re} \int_s \{p\vec{u}^*\} ds \quad (2.88)$$

Substituindo as Equações (2.83) e (2.84) na Equação (2.87), e fazendo algumas manipulações matemáticas, pode-se chegar às seguintes expressões:

$$W_{rad} = \frac{Q_o^2 \rho_o c}{8\pi} \frac{k^2}{1 + k^2 a^2} \quad (2.89)$$

ou

$$W_{rad} = 2\pi a^2 u_o^2 \rho_o c \frac{k^2 a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (2.90)$$

2.6.2. Radiação de Superfícies Planas através de um *Array* de Fontes Pontuais

A radiação sonora de uma superfície plana pode ser determinada através de um array de fontes elementares, como mencionado anteriormente, ou seja, considera-se que a superfície vibrante é formada por um conjunto de fontes pontuais distribuídas por toda a superfície. Uma fonte sonora esférica é dita pontual quando $a \rightarrow 0$, assim a Equação (2.85) que define a pressão sonora fica da seguinte forma:

$$p(R, t) = -\frac{j\omega\rho_o Q_o}{4\pi R} e^{j(kR - \omega t)} \quad (2.91)$$

onde R é a distância entre a fonte pontual e o ponto onde está sendo medida a pressão sonora.

A radiação sonora de uma superfície vibrante plana pode ser determinada dividindo-a em diversas áreas discretas, como mostra a Figura 2.22. Desta forma, considera-se que cada área elementar possui uma velocidade de volume Q_i , assim o campo de pressão sonoro de uma área elementar a uma distância R pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$p(R, t) = -\frac{j\omega\rho_o}{4\pi} \frac{e^{j(kR - \omega t)}}{R} Q_i \quad (2.92)$$

onde $Q = uS_i$, sendo S_i uma área elementar da superfície.

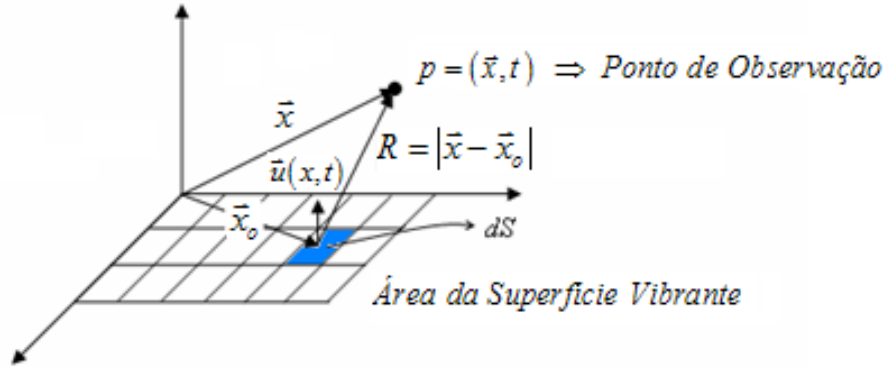


Figura 2.22 – Radiação sonora de uma superfície vibrante (LENZI, 2008).

Reescrevendo a Equação (2.85), considerando que a energia radiada pela fonte pontual posicionada sobre o plano da superfície ocorre somente para um dos lados do plano, tem-se (LENZI, 2008):

$$p(R, t) = -\frac{j\omega\rho_o}{2\pi} \frac{e^{j(kR - \omega t)}}{R} Q_i \quad (2.93)$$

Considerando várias fontes distribuídas de maneira discreta como ilustrado na Figura 2.22, o campo de pressão sonoro total resulta da superposição dos efeitos de cada uma das fontes elementares, podendo então ser calculado através da seguinte expressão:

$$p(R, t) = -\frac{j\omega\rho_o}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{u_n S_n e^{j(kR - \omega t)}}{R_n} \quad (2.94)$$

Agora, considerando que as fontes pontuais estão distribuídas de forma contínua sobre o plano da estrutura vibrante, com cada área infinitesimal vibrando com uma velocidade de volume infinitesimal dQ , o campo de pressão total calculado no ponto de observação pode ser obtido através da seguinte integral:

$$p(\vec{x}, t) = -\frac{j\omega\rho_o}{2\pi} \int_S u(\vec{x}, t) \frac{e^{j(kR - \omega t)}}{R} dS \quad (2.95)$$

onde $u(\vec{x}, t)$ é a velocidade de superfície e R a distância entre o ponto de observação e a fonte no plano da superfície vibrante. Esta expressão é conhecida como a “Integral de Rayleigh” usada para calcular a radiação sonora de superfícies planas (CREMER, HEKL & UNGAR, 1988). Portanto, conhecendo a velocidade de superfície de cada elemento de área da superfície vibrante, pode-se calcular a pressão sonora radiada usando a Equação (2.95).

2.6.3. Radiação Sonora em Termos dos Modos de Vibração da Placa

A radiação sonora de uma placa retangular, de dimensões l_x e l_y , simplesmente apoiada em um *baffle*, será obtida em termos dos modos de vibração da placa considerando uma força pontual harmônica excitando a mesma. A equação diferencial do movimento de uma placa de material isotrópico, sujeita a uma força harmônica, é dada por:

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho_s h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = F(x_o, y_o, t) \quad (2.96)$$

A solução da Equação diferencial (2.96), satisfazendo às condições de contorno associadas aos apoios simples nas bordas, é dada pela Equação (2.97), onde a velocidade $u(\vec{x})$ no ponto (x, y) sobre a superfície da placa pode ser encontrada pela superposição das contribuições modais de cada modo de vibração da estrutura da placa, dada pela seguinte expressão:

$$u(\vec{x}) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_{nm} \varphi_{nm}(\vec{x}) \quad (2.97)$$

onde u_{nm} é a amplitude da velocidade complexa do modo (n, m) , e $\varphi_{nm}(\vec{x})$ é o valor da função da forma modal associada à posição (x, y) , e n, m são os índices dos modos. A u_{nm} depende da forma de excitação e da frequência. A função da forma modal $\varphi_{nm}(\vec{x})$ para uma placa retangular simplesmente apoiada é dada por (BERANEK, 1971):

$$\varphi_{nm}(x, y) = \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{l_x}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{l_y}\right) \quad (2.98)$$

A amplitude da velocidade modal devido a uma força pontual aplicada em um ponto (x_o, y_o) é dada pela seguinte expressão (PUTRA, 2008):

$$u_{mn} = \frac{j\omega F \varphi_{mn}(x_o, y_o)}{[\omega_{mn}^2 (1 + j\eta) - \omega^2] M_{mn}} \quad (2.99)$$

onde F é amplitude da força, ω_{mn} é a frequência natural, η é o fator de perda por amortecimento, e M_{mn} é a massa modal que é dada por:

$$M_{mn} = \int_S \rho_p t_p \varphi_{mn}^2(x, y) dS = \frac{1}{4} \rho_p t_p l_x l_y = \frac{M}{4} \quad (2.100)$$

onde ρ_p , t_p e M são as densidade, espessura e a massa da placa, respectivamente (JONES, THOMPSON, XIE, 2003).

As frequências naturais da placa simplesmente apoiada podem ser obtidas através da seguinte expressão:

$$\omega_{mn} = \left(\frac{B}{\rho_p t_p} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{m\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l_y} \right)^2 \right] \quad (2.101)$$

onde $B = Et_p^3 / [12(1 - \nu^2)]$ é a rigidez a flexão da placa, onde E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson (BERANEK, 1971).

Substituindo as Equações (2.98) a (2.100) na Equação (2.97) tem-se a amplitude da velocidade complexa normal à superfície associada a cada frequência em toda superfície da placa. Com estes valores é possível aplicar a “integral de Rayleigh” determinando a amplitude da pressão acústica complexa, obtendo em seguida a potência sonora total radiada pela placa em termos dos modos da placa.

Para os materiais compostos laminados a equação diferencial que governa o movimento de uma placa é baseado na teoria clássica dos laminados dada por:

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = F(x_o, y_o, t) \end{aligned} \quad (2.102)$$

onde D_{ij} é o coeficientes da matriz de rigidez em flexão, w é o deslocamento normal da placa, x e y , os eixos ortogonais no plano da placa, e ρ_{MC} a densidade do material composto. Para as placas de material composto laminado, a radiação sonora pode ser obtida de maneira análoga como procedido para as placas de materiais isotrópicos.

2.6.4. Radiação Sonora em Termos de Elementos Radiadores

A predição da radiação sonora em termos dos elementos radiadores de um painel num *baffle* é obtida particionando a placa em R elementos retangulares onde as vibrações transversais são especificadas em termos das velocidades v_{er} em suas posições centrais (FAHY, 2007). Nesta análise, considera-se o movimento harmônico, logo as amplitudes das velocidades complexas nos elementos radiadores podem ser escritas por um vetor coluna, dado por:

$$\{\tilde{v}_e\} = [\tilde{v}_{e1} \quad \tilde{v}_{e2} \quad \dots \quad \tilde{v}_{eR}]^T \quad (2.103)$$

De maneira análoga, as amplitudes da pressão sonora que atuam em cada elemento são também agrupadas em um vetor coluna, assim, tem-se:

$$\{\tilde{p}_e\} = [\tilde{p}_{e1} \quad \tilde{p}_{e2} \quad \dots \quad \tilde{p}_{eR}]^T \quad (2.104)$$

Assumindo que as dimensões de cada elemento sejam pequenas comparados com o comprimento de onda estrutural e acústico, a potência sonora total radiada pode então ser

calculada pela Equação (2.105) que é dada pelo somatório das potências radiadas por cada elemento $\bar{P}_{er} = (1/2) A_e \text{Re}\{\tilde{p}_{er} \tilde{v}_{er}^*\}$:

$$\bar{P}(\omega) = \sum_{r=1}^R \frac{1}{2} A_e \text{Re}\{\tilde{p}_{er} \tilde{v}_{er}^*\} = \frac{S}{2R} \text{Re}\left\{\{\tilde{p}_e\} \{\tilde{v}_e\}^H\right\} \quad (2.105)$$

onde A_e representa a área de cada elemento e S área total do painel.

Com base na Integral de Rayleigh, Equação (2.95), a pressão sonora em cada elemento é gerada pelas vibrações de todos os elementos do painel. Desta forma, a pressão em cada elemento da superfície pode ser calculada utilizando a Equação (2.106), considerando que $\sqrt{A_e} \ll \lambda$, onde λ é o comprimento de onda acústico:

$$\tilde{p}_{ei}(x_i, z_i) = \frac{j\omega\rho_o A_e e^{-jkR_{ij}}}{2\pi R_{ij}} \tilde{v}_{ej}(x_j, z_j) \quad (2.106)$$

sendo R_{ij} a distância entre os centros do i -ésimo e j -ésimo elementos.

Escrevendo a Equação (2.106) na forma matricial e considerando que o campo de pressão sonora em todos os elementos da superfície sejam gerados pelo campo de vibração, tem-se:

$$\{\tilde{p}_e\} = [\tilde{Z}] \{\tilde{v}_e\} \quad (2.107)$$

onde $[\tilde{Z}]$ é a matriz incorporando os termos da impedância acústica pontual e de transferência sobre o *grid* dos elementos em que o painel foi sub-dividido. A Equação (2.108) define os elementos da matriz $[\tilde{Z}]$, dado por:

$$Z_{ij}(\omega) = (j\omega\rho_o A_e / 2\pi R_{ij}) e^{-jkR_{ij}} \quad (2.108)$$

Substituindo a Equação (2.107) na Equação (2.105), a potência sonora total radiada pode ser obtida a partir da seguinte expressão:

$$\bar{P}(\omega) = \frac{S}{2R} \left\{ \{ \tilde{v}_e \} [\tilde{Z}] \{ \tilde{v}_e \}^H \right\} \quad (2.109)$$

Neste modelo, em termos dos elementos radiadores, a velocidade dos elementos pode ser obtida utilizando o método dos elementos finitos (FEM), o qual permite o estudo de geometrias não-uniformes, e geometrias complexas, tal como, painéis reforçados em *baffles*, podendo ser aplicado para qualquer tipo de condição de contorno.

2.6.5. Modos de Canto, Borda e de Superfície

Para uma melhor compreensão da variação da eficiência de radiação em função da frequência, será considerada uma placa plana finita simplesmente apoiada. Esta placa possui modo de vibração alto, isto é, os números de onda de flexão na placa k_{nx} e k_{ny} maiores que o número de onda acústico k , o que implica em linhas nodais em ambas as direções separadas por menos que meio comprimento de onda no ar, como observado na Figura 2.23.

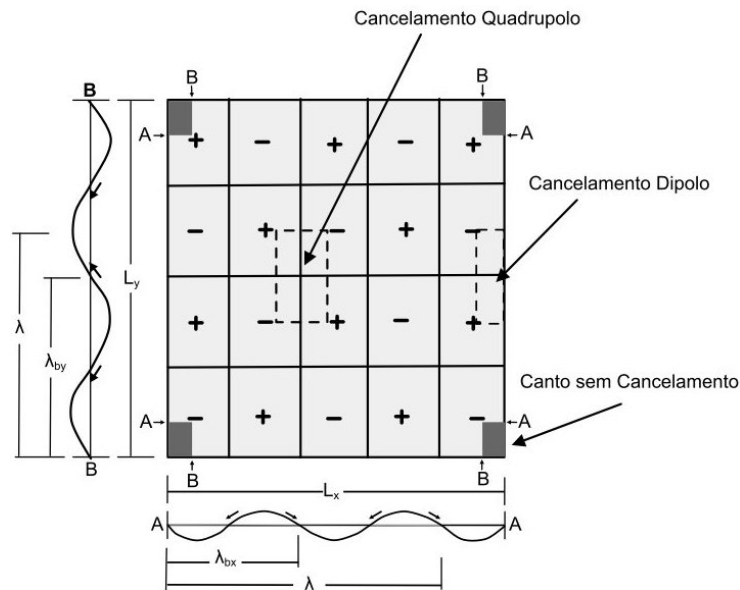


Figura 2.23 – Representação de um modo de canto de uma placa simplesmente apoiada (BERANEK, 1992).

Os sinais (-) e (+) indicam as fases dos anti-nós e as setas indicam a movimentação do ar durante um meio-período de vibração. Os cantos sem cancelamento estão bastante separados quando comparados com o comprimento de onda no ar e não se cancelam. Isso se deve pelo fato de que como as subseções adjacentes estão separadas por muito menos que um comprimento de onda, o ar deslocado por uma região delimitada por quatro linhas nodais tende a ocupar o espaço deixado pelas áreas adjacentes sem que seja comprimido, resultando numa potência radiada muito baixa. Nas bordas este cancelamento não é tão efetivo, já que existem subseções de cancelamento apenas em dois lados, e eles irradiam com mais eficiência. Por esta razão são conhecidos como modos de canto.

A Figura 2.23, acima, mostra regiões de cancelamento e de não cancelamento de uma placa finita simplesmente apoiada, tendo a potência sonora radiada por cada uma das fontes pontuais dada por:

$$W_{rad} = \frac{\rho c k^2}{4\pi} \quad (2.110)$$

As fontes sonoras pontuais são divididas em monopolos, dipolos e quadrupolos. A Tabela 2.1 mostra os valores de pressão sonora gerada por fontes pontuais. Observa-se que, a pressão sonora radiada por fontes muito próximas nunca excede a pressão de uma fonte pontual.

Tabela 2.1 – Valores de pressão sonora gerada por fontes pontuais.

Monopolo	$ p = \frac{\omega \rho q}{2 \pi R}$
Dipolo	$ p = \frac{\omega \rho q}{2 \pi R} ka \frac{x}{R}$ para $ka \ll 1$
Quadrupolo longitudinal	$ p = \frac{\omega \rho q}{2 \pi R} 2ka \frac{x}{R}$ para $ka \ll 1$
Quadrupolo lateral	$ p = \frac{\omega \rho q}{2 \pi R} ka \frac{x}{R} kb \frac{z}{R}$ para $ka \ll 1$

Relacionando as equações da Tabela 2.1 com a Figura 2.23, pode-se afirmar que as regiões centrais da placa radiam pouca energia sonora devido à presença de quadrupolos. As bordas da placa formam fontes dipolo ou quadrupolos longitudinais, e em cada um dos cantos da

placa, tem-se a presença de um monopolo. A partir desta informação pode-se analisar a eficiência dos modos tipo canto de acordo com a fase dos monopolos dos cantos.

A radiação terá características de monopolo se os cantos estiverem em fase, dipolo se dois cantos adjacentes estiverem em fase e em anti-fase com os outros dois, e de quadrupolo se os cantos adjacentes estiverem fora de fase. Sendo este último o de menor eficiência de radiação sonora.

Com a aproximação da frequência de excitação à frequência coincidência, k se aproxima de k_f em magnitude, ocorrendo um aumento do percentual de modos de borda, como ilustrado na Figura 2.24, em relação ao total de modos, ao mesmo tempo em que a largura efetiva de radiação da média dos modos de borda diminui. Adicionalmente, o efeito de cancelamento na região central da placa diminui com a aproximação da distância entre os elementos de meio comprimento de onda no ar (BERANEK, 1992). A frequência de coincidência f_c ocorre quando a velocidade de propagação da onda de flexão no painel é igual à velocidade do som no ar, ou seja, quando:

$$c_f = c \quad (2.111)$$

onde c_f é a velocidade de propagação das ondas de flexão. Sendo assim, a frequência de coincidência pode ser calculada através da seguinte equação:

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} \quad (2.112)$$

onde ρ_s é a massa por unidade de área da placa e B é a rigidez à flexão. A frequência de coincidência é um parâmetro importante na radiação sonora, pois caracteriza regiões distintas no espectro da eficiência (FIATES, 2003).

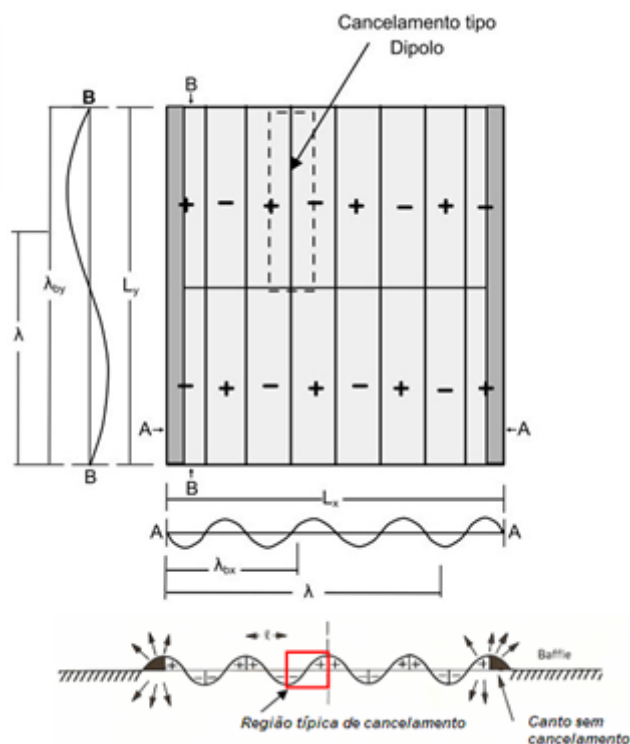


Figura 2.24 – Representação dos modos de borda de uma placa plana (BERANEK, 1992).

Na frequência de coincidência e acima dela o cancelamento não existe mais e toda a placa radia. Estes modos são chamados de modos de superfície e acontecem quando k_{nx} e k_{my} são menores que k . Por fim, pode-se resumir que: excluindo-se o modo $n=m=0$, quando todo o radiador vibra em fase, as maiores potências radiadas estão associadas com os efeitos de coincidência dos modos de superfície, quando $k > k_{nx}; k_{my}$. As menores potências estão associadas com os modos de canto, quando $k < k_{nx}; k_{my}$ e potências intermediárias com os modos de borda, quando $k < k_{nx}$ e $k > k_{my}$ ou vice-versa (FIATES, 2003).

2.6.6. Efeito das Vigas de Reforço na Radiação Sonora

Resultados apresentados por (FAHY, 2007) mostram que a presença de vigas de reforço numa placa simplesmente apoiada implica no aumento da eficiência de radiação quando comparada com a eficiência de uma placa plana sem reforços. O comportamento da viga de reforço é semelhante ao do apoio, restringindo a movimentação da placa e aumentando o número de áreas não canceladas, contribuindo desta maneira positivamente no aumento da eficiência de radiação quando comparado ao caso da placa lisa sem reforços.

Na Figura 2.25 tem-se a comparação da eficiência de radiação entre três configurações diferentes de uma placa de alumínio, sendo excitadas por um campo sonoro difuso (FAHY, 2007). As análises foram feitas até frequências acima da frequência de coincidência das placas, já que a eficiência de radiação tende a ser constante e unitária para frequências superiores a esta.

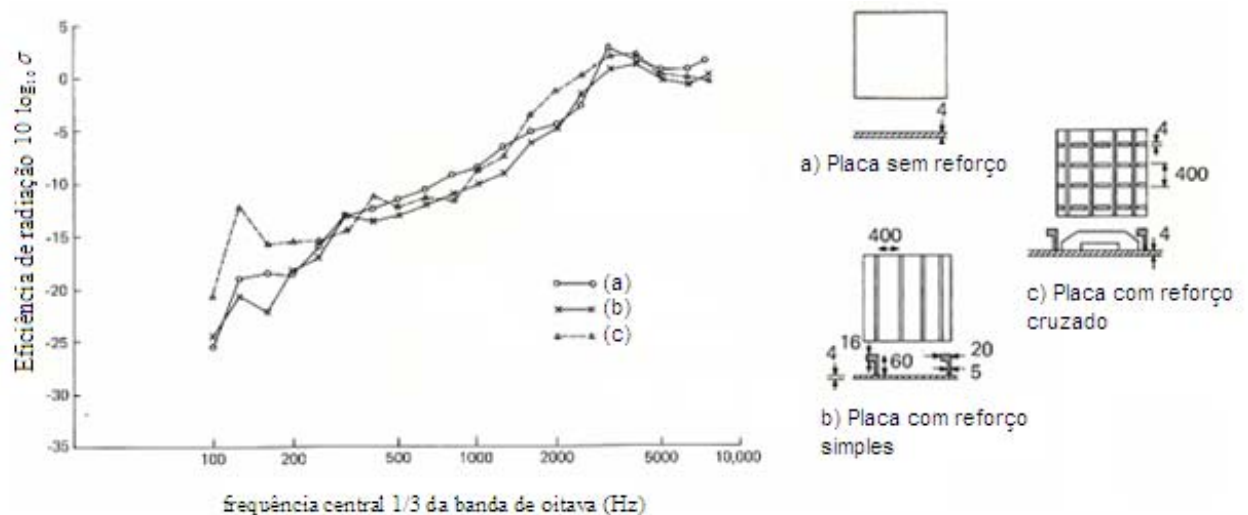


Figura 2.25 – Comparação entre a eficiência de radiação de uma placa sem reforço, uma com reforço simples, e outra com reforço cruzado (FAHY, 2007).

2.6.7. Formulação aproximada da Eficiência de Radiação Média (Beranek)

A formulação aproximada da eficiência de radiação média de um painel retangular simplesmente apoiado em todas as bordas é dada para quatro regiões de frequências (BERANEK, 1992). As expressões que definem a eficiência de radiação σ_{rad} para cada faixa de frequência estão escritas na Tabela 2.2. Todas as equações abaixo são válidas somente para painéis isotrópicos.

Tabela 2.2 – Eficiência de radiação média de um painel retangular simplesmente apoiado na bordas (BERANEK, 1992).

Frequência	Eficiência de Radiação - σ_{rad}
$f \leq f_{11}$ $(k \ll k_p), L_x, L_y \ll \lambda$	$\sigma_{rad} = \frac{4S}{c^2} f^2$
$f_{11} < f < f_c$	$\sigma_{rad} \approx \frac{\lambda_c^2}{S} g_1(\alpha) + \frac{P\lambda_c}{S} g_2(\alpha), \text{ onde:}$ $g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{8}{\pi^4} \frac{(1-2\alpha^2)}{\alpha(1-\alpha^2)^{1/2}} & \Rightarrow f < f_c/2 \\ 0 & \Rightarrow f > f_c/2 \end{cases}$ $g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(1-\alpha^2) \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{3/2}} \right]$
$f = f_c$	$\sigma_{rad} \approx \left(\frac{l_x}{\lambda_c} \right)^{1/2} + \left(\frac{l_y}{\lambda_c} \right)^{1/2}$
$f > f_c$	$\sigma_{rad} \approx \left(1 - \frac{f_c}{f} \right)^{-1/2}$
<p>Onde:</p> <p>f_{11} = primeira frequência de ressonância do painel [Hz]; c = velocidade de propagação do som no ar [m/s]; f_c = frequência de coincidência do painel [Hz]; $\lambda_c = c/f_c$ = comprimento de onda na frequência crítica [m]; l_x e l_y = são as dimensões da painel [m]; $S = l_x l_y$ = área da placa [m²]; e $P = 2(l_x + l_y)$ = perímetro da placa [m].</p>	

O gráfico da Figura 2.26 mostra a eficiência de radiação média em frequências centrais de 1/3 de oitava baseado nas equações descritas na Tabela 2.2, de uma placa retangular simplesmente apoiada nas bordas, com dimensões $l_x = 0,5$ m e $l_y = 0,6$ m, com espessura igual a 3 mm. O material da placa é alumínio, o qual possui as seguintes propriedades mecânicas: módulo de elasticidade $7,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, coeficiente de *Poisson* 0,34, e densidade 2700 kg/m^3 . Considerou-se a velocidade de propagação do som no ar igual a 343 m/s , para as condições normais de temperatura e pressão.

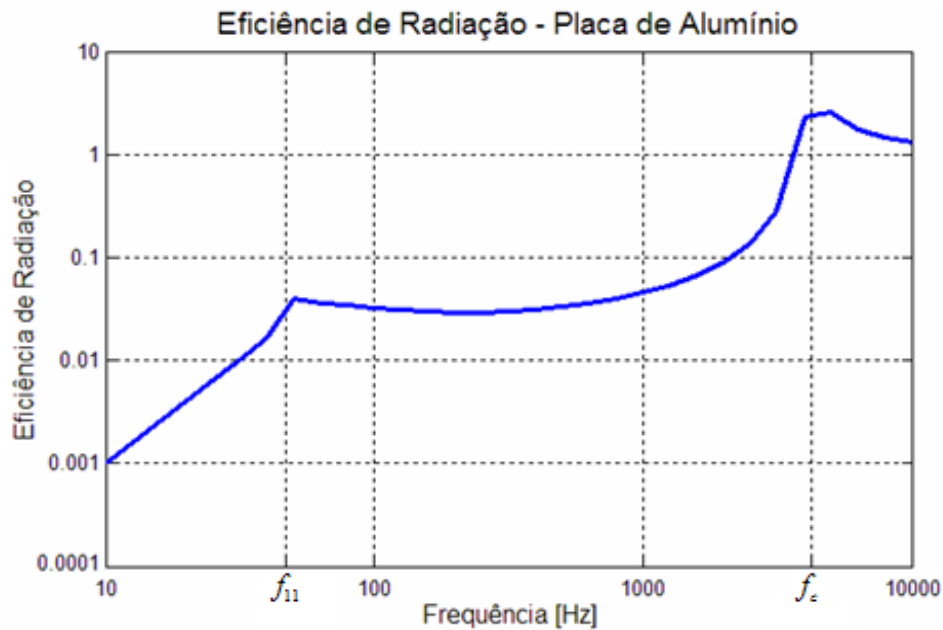


Figura 2.26 – Eficiência de radiação média de um painel retangular de alumínio.

Observa-se no gráfico da Figura 2.26 que muito abaixo da frequência de coincidência f_c , ou seja, abaixo da primeira frequência de ressonância da placa f_{11} , a radiação sonora da placa possui comportamento de um pistão rígido. Já entre a primeira frequência de ressonância da placa e a frequência de coincidência tem-se a região multimodal caracterizada pelos modos de canto, borda e superfície. E por último, acima da frequência de coincidência, a eficiência de radiação tende ao valor unitário (ATALLA e NICOLAS, 1994).

2.7. DENSIDADE MODAL

A densidade modal é definida como o número de modos de vibrações de uma estrutura por unidade de frequência. Com base neste conceito, a densidade modal pode ser expressa como $n(\omega)$, definida pelo número de frequências naturais por radiano por segundo [rad/s], ou por $n(f)$, que é o número de frequências naturais por Hertz [Hz]. A seguir será apresentada a formulação analítica para o cálculo da densidade modal de uma placa plana simplesmente apoiada na bordas, e posteriormente a expressão utilizada na determinação da densidade modal experimental de estruturas complexas.

2.7.1. Densidade Modal de uma Placa Plana - Material Isotrópico

A densidade modal de uma placa plana simplesmente apoiada nas bordas, com dimensões l_x e l_y , de material isotrópico pode ser determinada até uma frequência ω através do número de onda. Como visto na seção 2.5.3 (Radiação Sonora em Termos dos Modos de Vibração da Placa), a função da forma modal $\varphi_{nm}(\vec{x})$ para uma placa retangular simplesmente apoiada é dada por (BERANEK, 1971):

$$\varphi_{nm}(x, y) = \text{sen}(k_x x) \text{sen}(k_y y) \quad (2.113)$$

sendo,

$$k_x = \frac{m\pi}{l_x} \quad \text{e} \quad k_y = \frac{n\pi}{l_y} \quad (2.114)$$

onde k_x e k_y são as componentes do número de onda de flexão nas direções x e y, respectivamente. Assim, define-se o número de onda de flexão k_f em função das componentes k_x e k_y , dada pela seguinte expressão:

$$k_f^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.115)$$

O número de onda de flexão k_f de uma placa em uma determinada frequência ω é dada por (BERANEK, 1971):

$$k_f = \frac{\omega}{c_f}; \quad \text{sendo} \quad c_f = \sqrt{\frac{\omega^2 EI}{\rho_s h}} \quad (2.116)$$

onde,

ρ_s é a densidade superficial [kg/m²];

EI é a rigidez à flexão;

h é a espessura da placa;

c_f é a velocidade da onda de flexão na placa.

Utilizando as Equações (2.113) à (2.115), as frequências naturais de uma placa plana simplesmente apoiada nas bordas podem ser obtidas através da seguinte equação:

$$\omega_{mn} = \left(\frac{B}{\rho_p h} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{m\pi}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l_y} \right)^2 \right] \quad (2.117)$$

onde $B = Eh^3 / [12(1-\nu^2)]$ é a rigidez a flexão da placa, E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson (BERANEK, 1971).

Analisando graficamente, pode-se observar que o número de modos ressonantes pode ser representado por um arco de círculo de raio k , onde as distâncias entre cada ressonância nas direções x e y são dadas por π/l_x e π/l_y , respectivamente, como ilustrado na Figura 2.27.

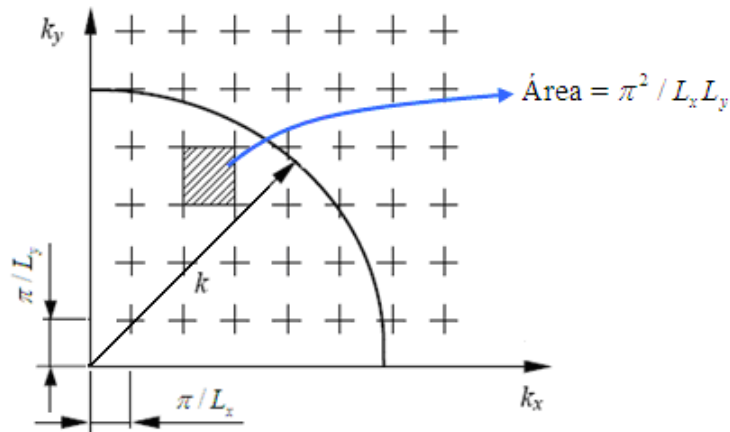


Figura 2.27 – Distribuição modal em função das componentes do número de onda de uma placa plana simplesmente apoiada nas bordas de material isotrópico

O número de modos ressonantes $N(k)$, até uma determinada frequência ω , é dado pela razão entre a área de um quarto de círculo de raio k e a área da célula $(\pi^2/l_x \cdot l_y)$ (LENZI, 2008):

$$N(k) = \frac{\frac{\pi}{4} k^2}{\frac{\pi}{l_x} \cdot \frac{\pi}{l_y}} = \frac{A_p}{4\pi} k^2 \quad (2.118)$$

onde A_p é área da placa retangular.

Desta forma é possível encontrar a expressão da densidade modal $n(k)$, derivando o número de modos em relação ao número de onda, como mostra a equação abaixo:

$$n(k) = \frac{dN}{dk} = \frac{k A_p}{2\pi} \quad (2.119)$$

2.7.2. Densidade Modal de uma Placa Plana - Material Ortotrópico

Para uma placa de material isotrópico foi visto que o número de onda é constante para uma determinada frequência ω , que é representado por um arco de um círculo. Já para uma placa ortotrópica, o número de onda não possui o mesmo comportamento. Isto é decorrência da variação dos números de onda k_x e k_y , como pode ser visto na Figura 2.28 (RENJI, NAIR, 1996).

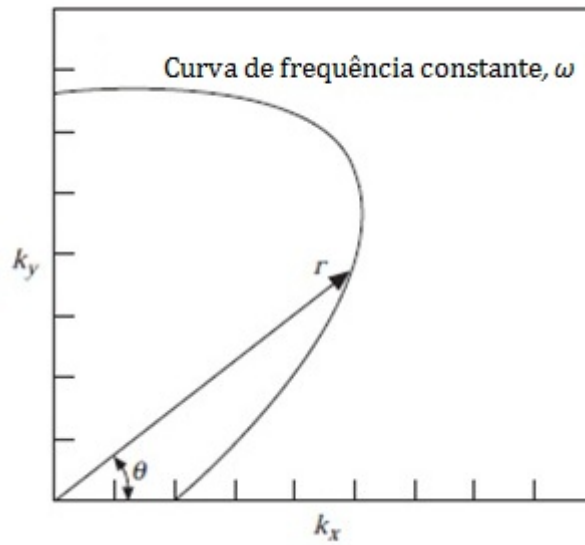


Figura 2.28 – Distribuição modal em função das componentes do número de onda de uma placa plana simplesmente apoiada na bordas de material ortotrópico (RENJI, NAIR, 1996).

Um material ortotrópico é caracterizado por cinco constantes elásticas E_x , E_y , G_{xy} , ν_{yx} e ν_{xy} , onde E_x e E_y são os módulos de elasticidade nas direções x e y, G_{xy} é o módulo de cisalhamento, e por fim, ν_{yx} e ν_{xy} representam o coeficiente de Poisson nos planos yx e xy. Para o material ortotrópico, os coeficientes de rigidez à flexão são dados por (WILKINSON, 1968):

$$\begin{aligned} D_x &= E_x h^3 / 12 (1 - \nu_{xy}) \\ D_y &= E_y h^3 / 12 (1 - \nu_{xy}) \end{aligned} \quad (2.120)$$

Considerando uma placa ortotrópica simplesmente apoiada nas bordas, as frequências naturais são obtidas através da equação abaixo (WILKINSON, 1967):

$$\omega_{mn} = (4\pi^2 \rho h)^{-1/2} [k_x^4 D_x + 2H k_x^2 k_y^2 + k_y^4 D_y]^{1/2} \quad (2.121)$$

onde a constante H é dada por:

$$H = (G_{xy} h^3 / 6) + [\nu_{xy} E_x h^3 / 12 (1 - \nu_{xy} \nu_{yx})] \quad (2.122)$$

O número de modos ressonantes para uma placa ortotrópica pode ser expressa pela seguinte equação (WILKINSON, 1968):

$$N(\omega) \approx \frac{l_x l_y}{\pi} \left(\frac{\rho h}{D_x} \right)^{1/2} \left(\frac{D_x}{D_y} \right)^{1/2} \omega F(\pi/2, \alpha_1) \quad (2.123)$$

onde o termo de $F(\pi/2, \alpha_1)$ representa a integral elíptica completa de primeiro tipo, com

$$\alpha_1 = \sqrt{\left[1 - H(D_x D_y)^{-1/2} \right] / 2}.$$

Calculando a derivada do número de modos em relação à frequência tem-se a densidade modal da placa ortotrópica:

$$n(\omega) \approx \frac{l_x l_y}{\pi} \left(\frac{\rho h}{D_x} \right)^{1/2} \left(\frac{D_x}{D_y} \right)^{1/2} F(\pi/2, \alpha_1) \quad (2.124)$$

2.6.3 Formulação numérica e experimental utilizada na determinação da densidade Modal

A determinação da densidade modal de estruturas complexas, ou seja, estruturas que apresentam as seguintes características: geometrias não uniformes, de materiais compostos (laminados ou estruturas tipo sanduíche), com enrijecedores (vigas de reforços), possuindo vários tipos de conexões (parafusos, rebites, soldas) podem ser obtidas também através de expressões analíticas, mas acontece que a precisão não é tão boa. Portanto, neste caso, onde envolve estruturas de natureza complexa, a densidade modal pode ser obtida de forma numérica ou experimental através da seguinte expressão:

$$n(f) = 4M \langle \text{Re}\{Y\} \rangle_{\Delta f} \quad (2.125)$$

onde,

M é massa do componente estrutural;

$\langle \text{Re}\{Y\} \rangle$ é a parte real da mobilidade pontual do componente.

Portanto, este método baseia-se na medição das funções resposta em frequência (FRF) do tipo mobilidade pontual. A FRF do tipo mobilidade é definida como a razão entre a resposta complexa da velocidade e a amplitude complexa da excitação harmônica, como uma função da frequência de excitação. Na região de baixas frequências a densidade modal pode ser obtida numericamente utilizando o método dos elementos finitos, onde os picos ressonantes da FRF estão bem definidos. Enquanto que, na região das altas frequências o método dos elementos finitos torna-se a análise inviável, devido o método encontrar dificuldades relacionadas à capacidade computacional no processamento e armazenamento dos resultados, pois necessita-se de uma malha de elementos finitos mais refinada.

3. DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Neste capítulo será apresentado o método utilizado para determinação das propriedades mecânicas das placas de material composto laminado. Para a determinação das propriedades mecânicas foram utilizados os ensaios dinâmicos baseados no ajuste do modelo numérico aos resultados experimentais da função resposta em frequência (FRF) do tipo inertância. Esta técnica foi adotada por ser um método não destrutivo, rápido e de baixo custo. Além disso, as propriedades elásticas obtidas através deste método representam as propriedades globais de uma estrutura, enquanto, nos testes estáticos são obtidas as propriedades locais. Outra desvantagem do método estático é que as propriedades obtidas têm somente validade para a faixa de baixas frequências.

O processo de determinação das propriedades mecânicas das placas de material composto através da técnica do ajuste do modelo consiste basicamente em três etapas:

- Obtenção das FRF's experimentais das placas;
- Criação do modelo numérico em um *software* de elementos finitos para obtenção das FRF's numéricas;
- Aplicação da técnica do ajuste do modelo aos resultados experimentais para determinação das propriedades mecânicas.

3.1. CARACTERIZAÇÃO DO CORPO DE PROVA

Os corpos de provas avaliados nesta dissertação são classificados como composto laminado, os quais são constituídos por sucessivas lâminas de fibras de carbono impregnado em resina epóxi. As fibras são contínuas e entrelaçadas, sendo orientadas segundo duas direções ortogonais, conhecido como tecido “pregreg”. A Tabela 3.1 mostra as configurações das lâminas dos corpos de prova em termos da orientação das fibras do tecido de cada lâmina, bem como as espessuras e a massa da placa.

Tabela 3.1 - Orientação e espessura das fibras das amostras de material composto.

Camada	Placa A	Placa C
	Orientação da fibra / espessura da fibra	
A10		90° / 0,21 mm
A9		90° / 0,21 mm
A8		90° / 0,21 mm
A7	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A6	45° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A5	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A4	45° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A3	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A2	45° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A1	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
espessura	1,47 mm	2,1 mm
Massa	279,1 g	398,8 g

A Figura 3.1 ilustra o corpo de prova “A” que foi utilizado para determinação das propriedades elásticas. As funções resposta em frequência medidas estão referenciadas conforme o sistema de coordenadas mostrado no corpo de prova. As placas possuem as seguintes dimensões: 472 mm x 270 mm.

**Figura 3.1** – Corpo de prova utilizado na determinação das propriedades.

3.2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL PARA OBTENÇÃO DAS FRF

As funções resposta em frequência foram obtidas excitando a placa através de duas formas distintas, excitador eletrodinâmico (shaker) e martelo de impacto. A resposta foi medida através de um acelerômetro. Após os sinais da excitação (força) e resposta (aceleração, velocidade ou deslocamento) serem medidos no tempo, o analisador de sinais converte os sinais para o domínio da frequência por meio da Transformada de Fourier (*FFT: Fast Fourier Transform*), determinado em seguida a função resposta em frequência, que é dada pela relação da Transformada de Fourier da resposta e a Transformada de Fourier da excitação. Para simular a condição de contorno livre-livre, o corpo de prova pode ser suspenso por molas flexíveis, fios flexíveis (fios de nylon ou finos cabos de aço), ou colocar o corpo de prova sobre algum material “macio”. Nos experimentos realizados foram testadas a opção dos fios flexíveis (fios de nylon) e a opção do corpo de prova sobre as mantas de espuma sonex e também sobre a manta de lã de rocha.

3.2.1. Excitação com Shaker

No experimento com a placa sendo excitada através do excitador eletrodinâmico, os sinais de força e aceleração foram captados utilizando uma cabeça de impedância. A cabeça de impedância é uma associação, num único elemento físico, de um sensor de força e um acelerômetro, possuindo portanto, duas saídas de sinal. Os equipamentos utilizados para realização deste experimento foram:

- Cabeça de impedância B&K 8001;
- Mini-shaker B&K 4810;
- Amplificador de potência B&K 2706;
- Analisador de sinais 4 canais B&K Pulse 3560 com *software* PULSE LABSHOP v10.1.

A Figura 3.2 ilustra o sistema de medição utilizando o excitador eletrodinâmico na estrutura para medição das FRF's.

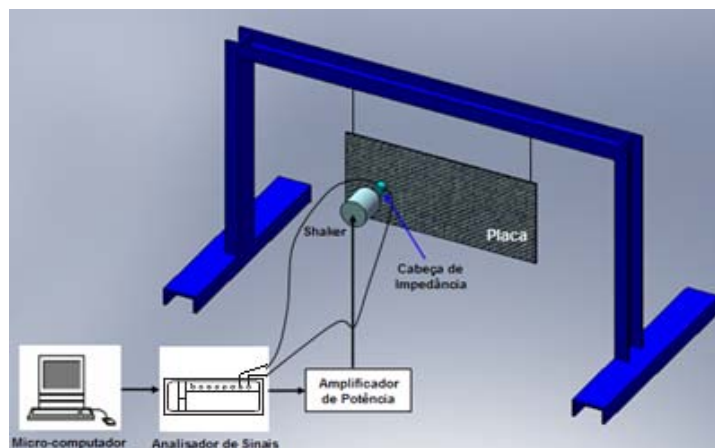


Figura 3.2 – Esquema de medição utilizando o excitador eletrodinâmico para obtenção da FRF.

3.2.2. Excitação com Martelo de Impacto

Para a determinação da FRF usando o martelo de impacto foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Acelerômetro B&K 4519-002;
- Martelo de impacto B&K 8204;
- Martelo de impacto PCB 086C01;
- Analisador de sinais 4 canais B&K Pulse 3560 com *software* PULSE LABSHOP v10.1

A Figura 3.3 mostra o sistema de medição utilizando o martelo de impacto para obtenção das FRF's.

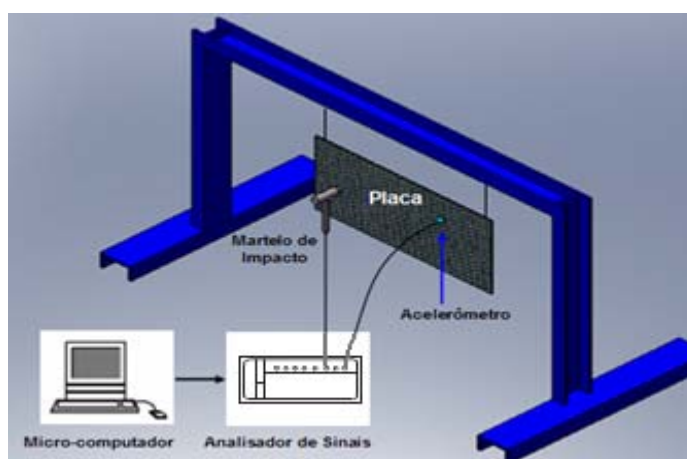


Figura 3.3 – Esquema de medição utilizando o martelo de impacto para obtenção da FRF.

3.2.3. Pontos de Medição

Para identificação das propriedades mecânicas baseada no ajuste do modelo numérico ao experimental da FRF, utilizou-se a FRF pontual (ponto 1). A FRF de transferência (ponto 2) foi utilizada somente após a identificação das propriedades mecânicas na comparação entre os resultados numéricos e experimentais, com objetivo de validar as propriedades ajustadas. Os pontos de medição das FRF's estão localizados na placa com base no sistema de coordenadas criado sobre a mesma. Esses pontos de medição foram selecionados de modo que não coincidisse com as linhas modais dos primeiros modos de vibração da placa. A FRF pontual foi medida na posição $x = 213 \text{ mm}$ e $y = 185 \text{ mm}$ (ponto 1). A FRF de transferência foi medida mantendo-se a excitação na mesma posição que foi feita a aquisição da FRF pontual, e medindo-se a aceleração na posição: $x = 330 \text{ mm}$ e $y = 104 \text{ mm}$ (ponto 2). A Figura 3.4 mostra a localização dos dois pontos de medição das funções respostas em frequência.

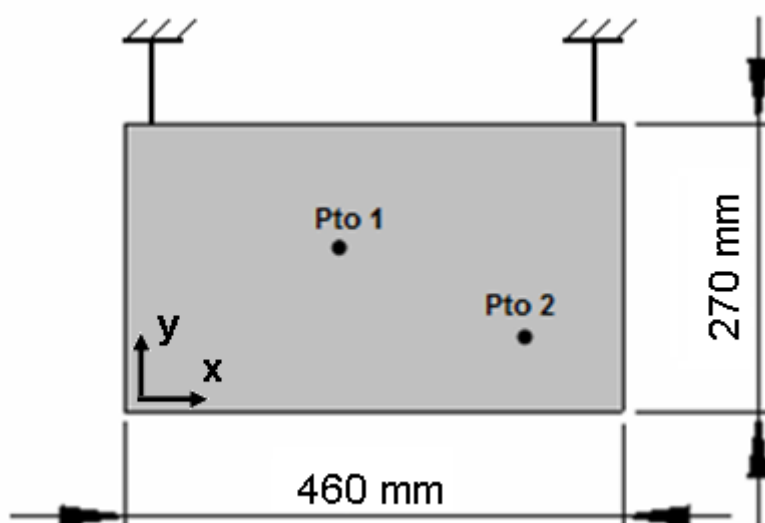


Figura 3.4 – Localização dos pontos de medição das FRF pontuais e de transferência utilizados na identificação das propriedades mecânicas dos corpos de prova.

3.2.4. Efeitos da Suspensão

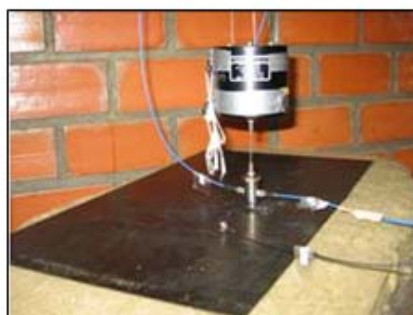
Para simular a condição livre-livre do corpo de prova, foram testadas três configurações diferentes, como mostra a Figura 3.5. Na primeira, o corpo de prova “A” foi suspenso por dois fios finos de nylon nas suas extremidades. O segundo teste, o corpo de prova foi apoiado sobre uma manta de espuma (Sonex), e por último apoiado sobre uma manta de lã de rocha.



Placa suspensa por
fios de nylon



Placa apoiada sobre uma
manta de espuma



Placa apoiada sobre uma
manta de lã de rocha

Figura 3.5 – Detalhes das configurações utilizadas para simular a condição de apoio livre-livre da placa.

A Figura 3.6 ilustra os resultados obtidos na aquisição da FRF pontual para as três configurações, simulando a condição livre-livre até a frequência de 1000 Hz. A placa suspensa pelos fios de nylon foi excitada utilizando a excitação impulsiva com o martelo de impacto B&K 8204 e a excitação harmônica com o mini-shaker B&K 4810. Enquanto que, para as placas apoiadas nas mantas, utilizou-se somente a excitação com o mini-shaker B&K 4810.

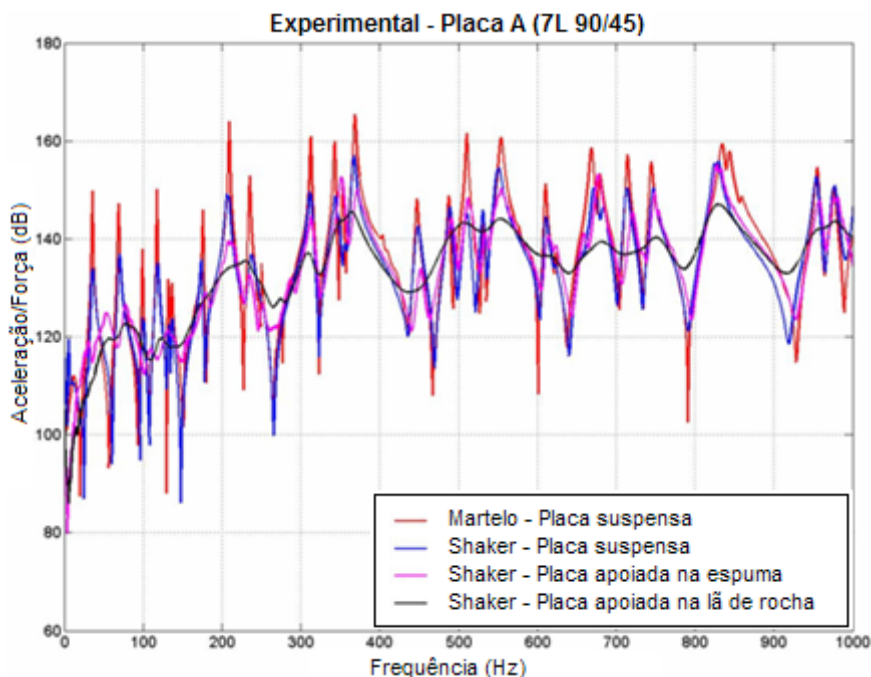


Figura 3.6 – FRF pontual para placa A utilizando várias condições de apoio.

Analisando as curvas das FRF's da Figura 3.6 pode-se observar que as condições de apoio utilizando as mantas não apresentam resultados satisfatórios, devido ao claro efeito de adição de amortecimento, e também por apresentar pequenos desvios dos picos de ressonância. Para a placa suspensa e sendo excitada com excitador eletrodinâmico, nota-se que as amplitudes das ressonâncias têm valores inferiores às amplitudes das FRF's medidas com o martelo de impacto. Isto ocorre devido ao excitador eletrodinâmico introduzir um amortecimento adicional nas placas. Sendo assim, optou-se em utilizar a placa suspensa e excitada com o martelo de impacto para determinação das FRF's, já que esta condição faz diminuir as incertezas no sistema de medição na resposta dos corpos de prova.

3.2.5. Resultados Experimentais

Os resultados obtidos das curvas de FRF medidas com martelo de impacto e shaker são mostrados na Figura 3.7. Foram obtidas as FRF's pontuais e de transferências para ambos os tipos de excitação, até 1000 Hz. Nos gráficos pode ser observado que as amplitudes das ressonâncias medidas com excitador eletrodinâmico têm valores inferiores às amplitudes das FRF's medidas com o martelo de impacto para todas as placas. Isto ocorre devido ao excitador eletrodinâmico introduzir um amortecimento adicional nas placas, chegando à diferença 8 dB em alguns picos de ressonância para toda faixa de frequências. Logo, a

medição realizada com excitador eletrodinâmico mascara a resposta real da placa. Sendo assim, adotou-se por utilizar o martelo de impacto como forma de excitação de referência para todas as análises subsequentes. Portanto, é evidente o efeito de adição de massa e de aumento de amortecimento quando o excitador eletrodinâmico é utilizado.

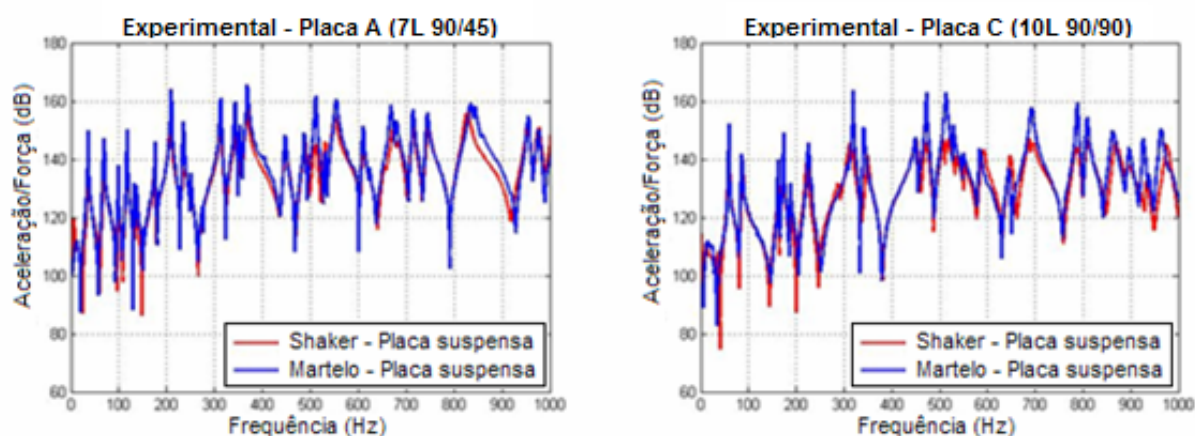


Figura 3.7 – FRF pontual medida com shaker e martelo para as 2 placas, até a frequência de 1000 Hz.

Para garantir a confiabilidade das medições das FRF's extraídas das placas, foi medido um segundo lote de placas idênticas às duas primeiras. A Figura 3.8 mostra a comparação da FRF pontual entre os dois lotes. Foi realizada uma segunda medição (lote 1) utilizando o acelerômetro B&K 4393 V e o martelo B&K 8204 e uma terceira medição (lote 2) com o acelerômetro B&K 4393 V e o martelo PCB 086C01. Observa-se que as FRF's medidas nas placas A apresentam ótima concordância, o que garante a qualidade das medições experimentais. Entretanto, a comparação entre os lotes da Placa C não apresentou resultados coerentes. A diferença nos resultados pode ser atribuída à placa C do segundo lote, onde identificou-se que a mesma possui uma espessura maior em relação à placa do primeiro lote. A diferença medida com paquímetro mostrou uma diferença de 0,2 mm entre as espessuras das placas. Desta forma, a placa C do segundo lote, que tem espessura maior, possui consequentemente maior rigidez, o que fez provocar o deslocamento dos picos de ressonâncias.

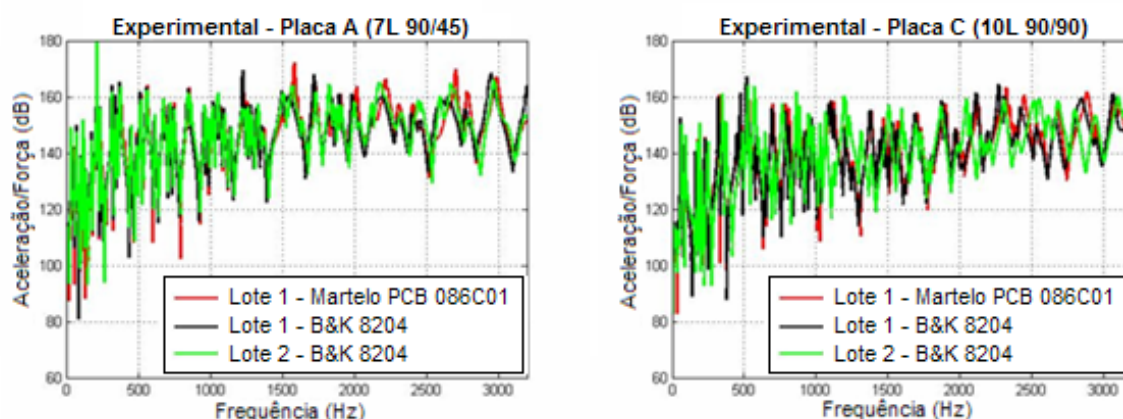


Figura 3.8 – Repetibilidade da função resposta em frequência.

3.3. MODELO NUMÉRICO

Inicialmente, foi construído o modelo numérico de elementos finitos para placa A com a finalidade de extrair uma FRF do tipo inertância. A obtenção da FRF é realizada através de uma análise harmônica, utilizando o método direto, que representa a aplicação de uma força variando com a frequência. Este tipo de análise simula o ensaio experimental realizado para obtenção das FRF. Desta forma, foi possível checar se as propriedades estáticas das placas estavam coerentes, fazendo uma comparação entre as curvas da FRF numérica e experimental.

3.3.1. Procedimento Numérico

Para construção do modelo numérico das placas de materiais laminados utilizou-se o *software* comercial MSC.Patran/Nastran (MSC.PATRAN/NASTRAN 2005 USER GUIDE, 2005) que é baseado na técnica de elementos finitos. Os modelos foram construídos no MSC.Patran/Nastran utilizando a propriedade PCOMP, onde é definido para cada lâmina a orientação das fibras em relação ao sistema de referência local, com suas respectivas espessuras e propriedades mecânicas.

Na criação da malha de elementos finitos utilizou-se o elemento tipo casca estrutural CQUA4, que possui quatro nós e seis graus de liberdade em cada nó (três deslocamentos e três

rotações). Este elemento de casca foi utilizado devido a espessura ser muito menor quando comparado com as dimensões (comprimento e largura) do corpo de prova. A malha de elementos finitos criada para a placa A possui 4771 elementos, onde cada elemento tem a dimensão 5,2 mm, aproximadamente. O fator de perda por amortecimento η utilizado no modelo numérico foi estimado utilizando o método do decaimento, onde valor médio calculado é de 0,6%, para toda faixa de frequência. O procedimento experimental para obtenção do fator de amortecimento utilizando o método do decaimento está descrito no Capítulo 4. As condições de contorno foram definidas como sendo livre-livre (sem restrições) representando desta forma o ensaio experimental.

Na análise harmônica foi criada uma força unitária variando com a frequência, sendo aplicada na mesma posição em que foi aplicado no ensaio experimental. Este tipo de análise fornece como resultados os deslocamentos nodais e carregamentos nos elementos. Portanto, multiplicando-se o deslocamento nodal por ω^2 e dividindo-se pelo carregamento, obtém-se a inertância (FIATES, 2003). O *software* comercial MSC.Patran/Nastran dispõe de dois métodos de solução na obtenção da resposta dinâmica: o método direto, que faz uso das matrizes completas e o método da superposição modal, que é baseado nos somatórios das contribuições dos modos da estrutura em análise. Nas análises utilizou-se o método da superposição modal por ser um método que exige menor tempo de processamento e capacidade computacional exigida, quando comparado com o método direto.

A análise harmônica através do método da superposição modal requer inicialmente uma análise modal, que consiste em calcular os modos e frequências naturais, os quais serão utilizados nos somatórios das contribuições modais para obtenção da resposta dinâmica da estrutura. A análise modal reflete o comportamento dinâmico básico da estrutura e constitui uma indicação de como responderá ao carregamento dinâmico que age sobre ela (ALVES FILHO, 2005). Na análise modal utilizou-se o método *Lanczos*, que é recomendado para solução de problemas simétricos, uma vez que tem uma taxa de convergência rápida (FIATES, 2003; MEIRELES, 2007).

A seguir, na Figura 3.9, tem-se a comparação entre os resultados numérico e experimental da inertância pontual no ponto 1. Nota-se que os resultados do modelo numérico apresentaram diferenças significativas em frequência e até mesmo em amplitude em relação aos resultados

experimentais. Logo, surgiu a necessidade de um ajuste das propriedades mecânicas implementadas no modelo numérico.

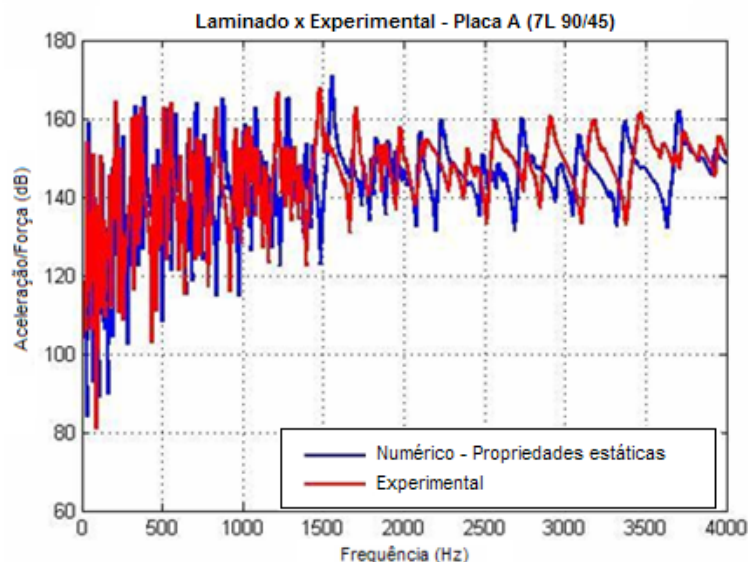


Figura 3.9 – Comparação da FRF pontual numérico versus experimental extraída no ponto 1.

3.4. AJUSTE DE MODELO

O processo de ajuste do modelo numérico aos resultados experimentais de resposta em frequência foi realizado no *software* comercial *FEMtools*. Este programa utiliza técnicas de otimização que minimizam um estimador de erro, o qual expressa a diferença entre a resposta do modelo numérico e o resultado experimental. Portanto, as propriedades mecânicas escolhidas são estimadas via um processo iterativo até que um critério de convergência definido no programa seja atingido.

3.4.1. Procedimento do Ajuste de Modelo

Inicialmente, é necessário realizar uma análise harmônica para se obter a FRF numérica. Este modelo foi criado no MSC.Patran/Nastran para placa C, conforme o procedimento descrito no item 3.3.1. Após feita a análise harmônica, escolhem-se alguns modos para a realização do ajuste, identificando se o modo é de flexão, torção, e a direção do mesmo, como mostra a Figura 3.10.

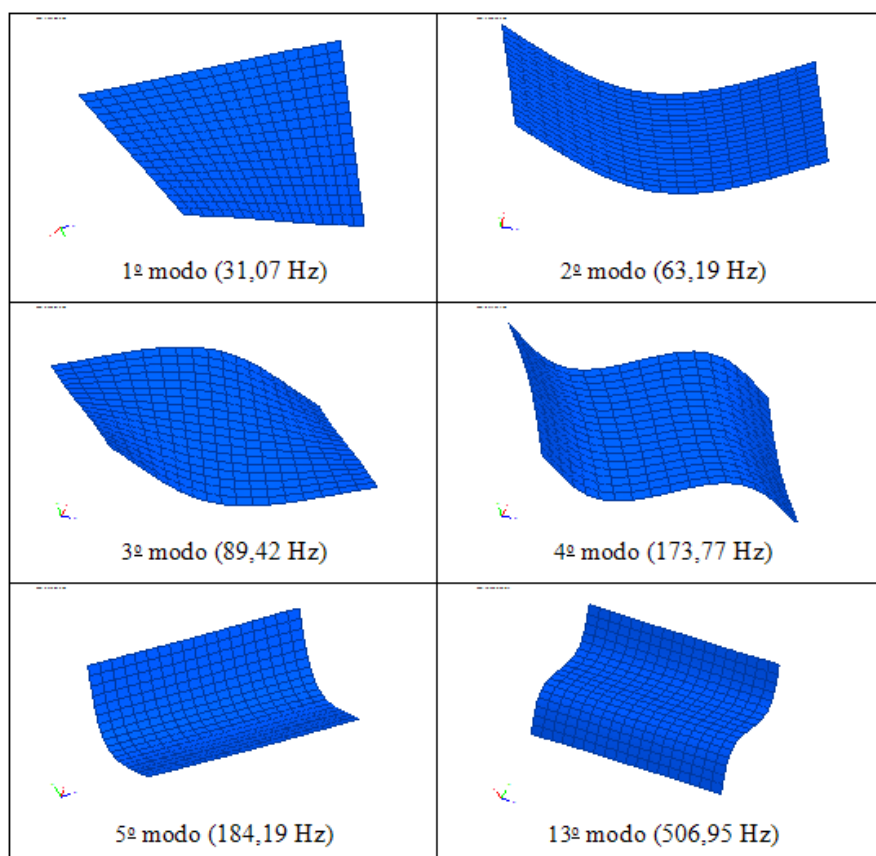


Figura 3.10 – Modos de vibração utilizados no ajuste do modelo.

A Tabela 3.2 mostra os modos de vibração com suas respectivas frequências naturais numéricas, que foram escolhidos para identificação das propriedades mecânicas.

Tabela 3.2 – Modos e frequências naturais escolhidos para identificação das propriedades mecânicas.

Modo		f_{NUM} [Hz]
1	1º torcional	31,07
2	1º flexão longitudinal	63,19
3	2º torcional	89,42
4	2º flexão longitudinal	173,77
5	1º flexão transversal	184,19
13	2º flexão transversal	506,95

Após definidos os seis modos de vibração com suas respectivas frequências naturais do modelo numérico, definem-se agora as frequências naturais experimentais da FRF experimental. Na escolha das frequências naturais experimentais realizou-se uma análise modal experimental, observando se a forma de vibração experimental possuía o mesmo

comportamento do modo de vibração numérico (flexão, torção). As Figuras 3.11 e 3.12 mostram as superposições das FRF's numéricas (utilizando as propriedades estáticas) e experimental, referentes a dois pontos distintos, sendo uma FRF pontual e a outra de transferência.

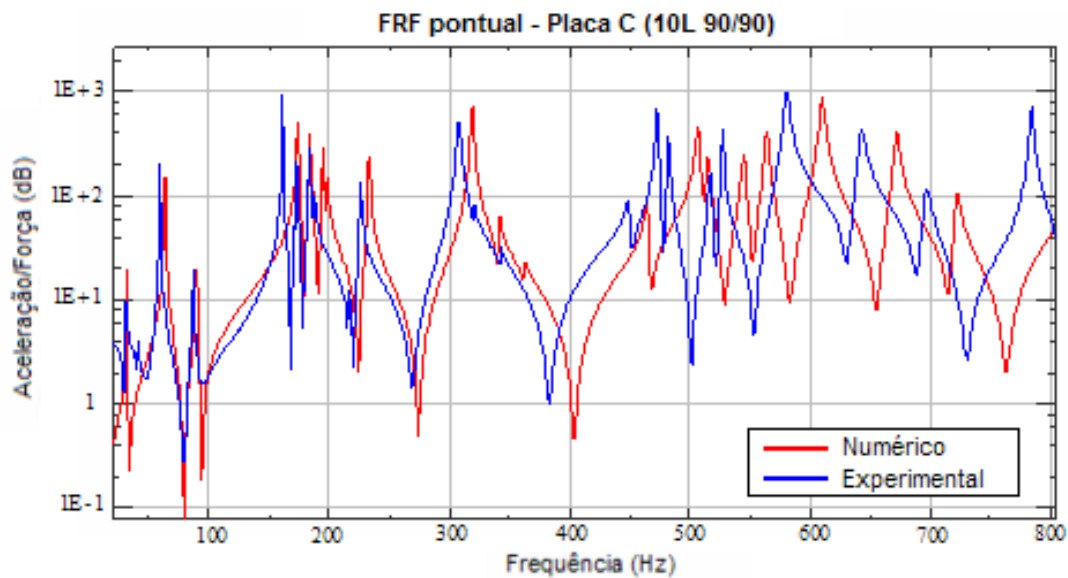


Figura 3.11 – Superposição das magnitudes das FRF's pontual antes do ajuste do modelo.

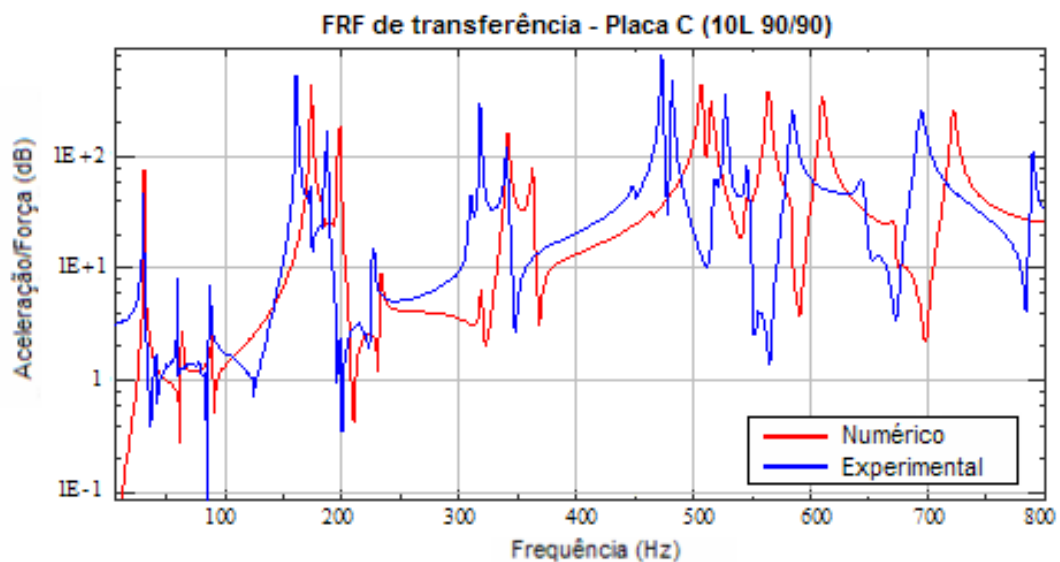


Figura 3.12 – Superposição das magnitudes das FRF's de transferência (ponto 2) antes do ajuste do modelo.

Na Tabela 3.3 podem ser observados os valores das seis frequências naturais dos modos de vibração escolhidos para identificação das propriedades, e também a diferença relativa entre elas.

Tabela 3.3 – Correlação entre as frequências naturais do modelo numérico com o experimental.

Modo numérico		$f_{EXP} \pm \text{Des. Padrão [Hz]}$	$f_{NUM} \text{ [Hz]}$	Dif. Relativa (%)
1	1º torcional	$30,10 \pm 0,24$	31,1	3,22
2	1º flexão longitudinal	$58,87 \pm 0,29$	63,2	7,34
3	2º torcional	$86,63 \pm 0,39$	89,4	3,22
4	2º flexão longitudinal	$161,09 \pm 0,88$	173,8	7,87
5	1º flexão transversal	$173,07 \pm 0,18$	184,2	6,42
13	2º flexão transversal	$471,29 \pm 1,77$	506,9	7,57

3.4.2. Identificação das Propriedades após o Ajuste

No processo de identificação das propriedades mecânicas foi observado que os parâmetros 1, 2 e 4, ou seja, E_x , E_y e G_{xy} demonstraram maior sensibilidade nas respostas no processo de ajuste do modelo. Esta sensibilidade pode ser observada de maneira mais clara visualizando a matriz de sensibilidade das frequências naturais, como ilustrado na Figura 3.13.

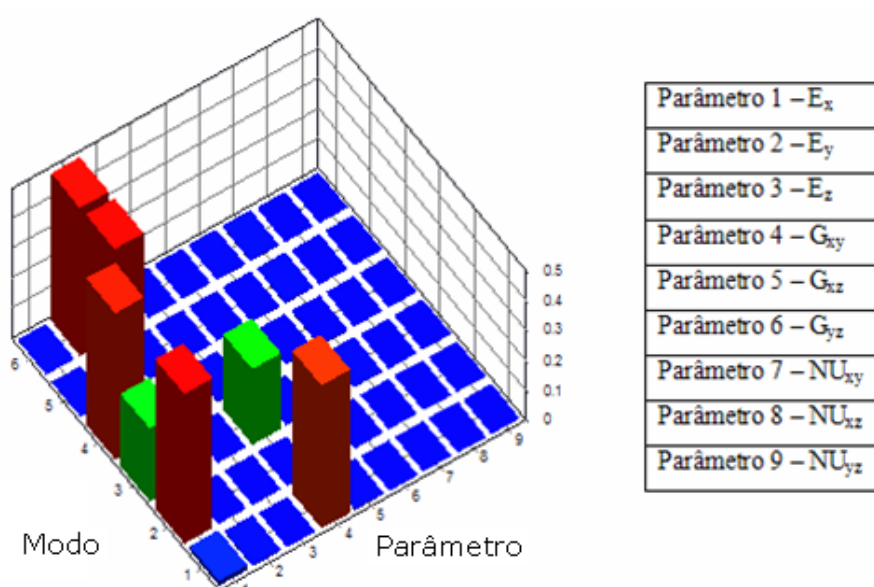


Figura 3.13 – Matriz de sensibilidade das frequências naturais.

As Figuras 3.14 e 3.15 mostram as superposições das FRF's numérica e experimental referentes aos mesmos pontos mostrados nas Figuras 3.10 e 3.11, após a atualização dos parâmetros. Nos gráficos referidos pode ser observado que a atualização dos parâmetros torna as FRF's dos modelos numéricos bastante próximas das FRF's experimentais.

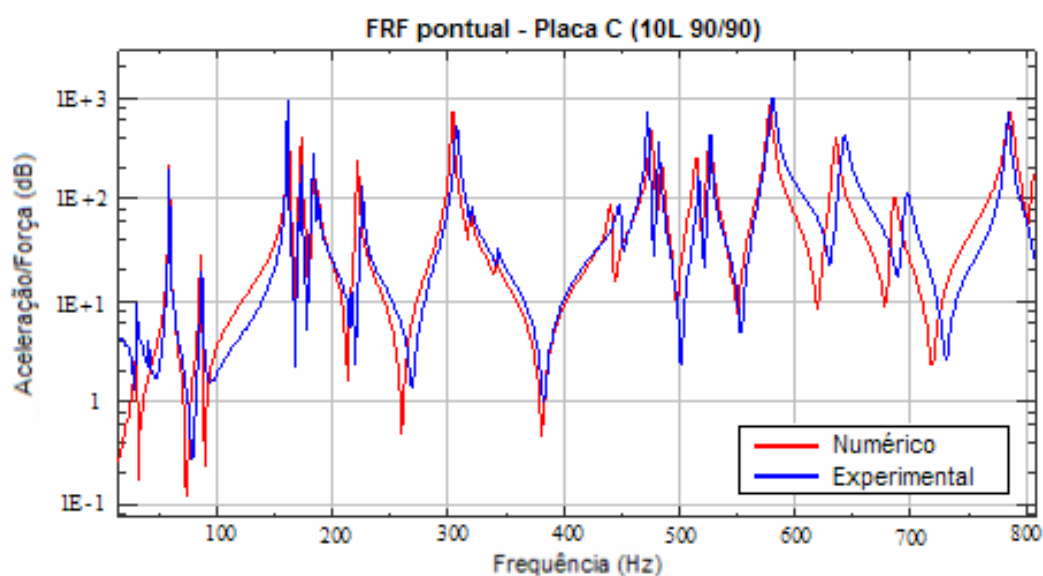


Figura 3.14 – Superposição das magnitudes das FRF's pontual após a atualização dos parâmetros.

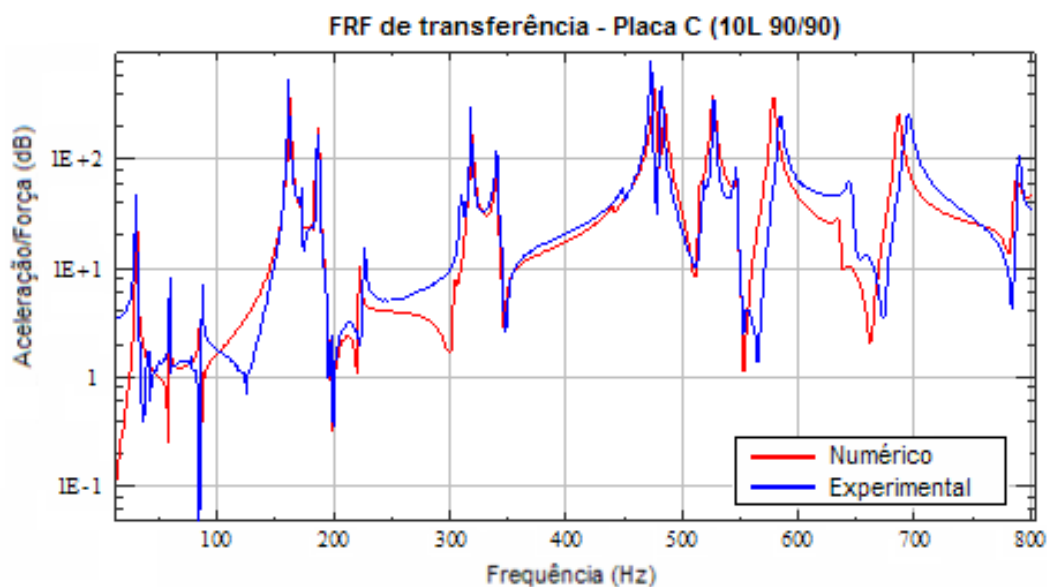


Figura 3.15 – Superposição das magnitudes das FRF's de transferência (ponto 2) após a atualização dos parâmetros.

3.5. COMPARAÇÃO ENTRE AS FRF'S NUMÉRICO E EXPERIMENTAL APÓS O AJUSTE DE MODELO

Com objetivo de reduzir as incertezas na comparação entre as FRF's numérico e experimental após o ajuste do modelo, é necessário fazer a correção dos efeitos de massa dos transdutores. É importante fazer esta correção, pois a massa dos transdutores pode modificar o comportamento dinâmico da estrutura, alterando consequentemente as frequências de ressonâncias da estrutura. Esta correção deve ser feita principalmente quando a massa dos transdutores é grande quando comparada com a massa da estrutura. A correção dos efeitos de massa dos transdutores pode ser feita nos resultados experimentais das FRF's ou no modelo numérico.

Nos resultados experimentais a eliminação do efeito da massa dos transdutores é realizada aplicando a Equação (3.1), para toda faixa de frequências (CAKAR, SANLITURK, 2005). Sendo assim, a FRF experimental corrigida pode ser comparada com os resultados numéricos.

$$A_p = \frac{A_m}{1 - mA_m} \quad (3.1)$$

onde,

A_p = Inertância real da placa;

A_m = Inertância medida experimentalmente;

m = Massa dos transdutores.

No modelo numérico a correção pode ser realizada adicionando massas concentradas relativas às massas dos transdutores, inserindo-as exatamente na mesma posição na qual foi obtida a FRF experimental. Desta forma, é possível comparar os resultados numéricos com os resultados de inertância medida. Os dois métodos podem ser utilizados para validação do modelo numérico utilizando as propriedades ajustadas.

A Figura 3.16 ilustra as comparações entre os resultados numéricos e experimentais realizados nas placas “A” e “C”, considerando a adição da massa concentrada (massa do acelerômetro) no modelo numérico. A massa do acelerômetro utilizado nas medições é igual a 1,5 g.

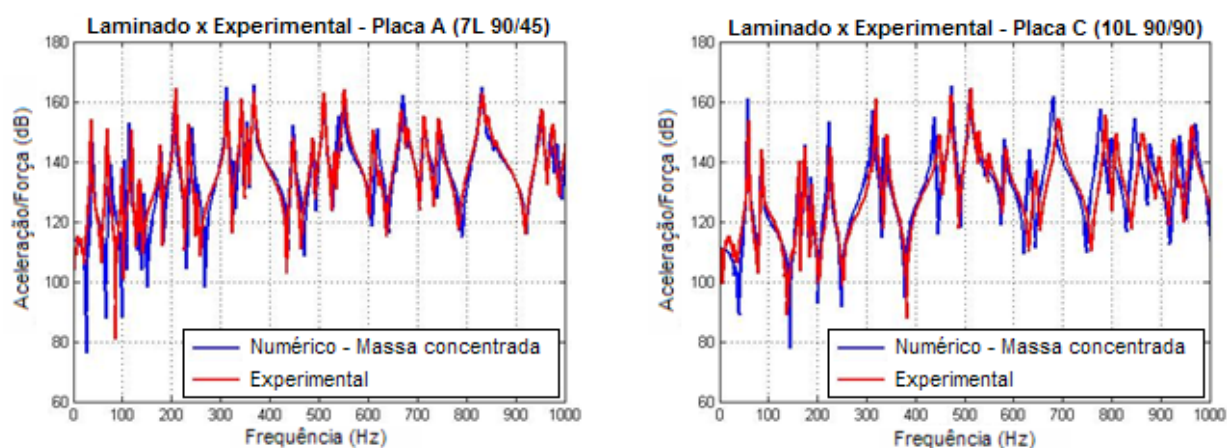


Figura 3.16 – Comparação entre as FRF’s pontuais numéricas e experimentais até 1000 Hz, após o ajuste do modelo.

3.6. CONCLUSÕES SOBRE O MÉTODO DE AJUSTE DO MODELO

Após análise dos resultados, conclui-se que o método de identificação através do ajuste do modelo mostrou ser eficaz. Analisando a matriz de sensibilidade das frequências naturais, foi observado que os parâmetros E_x , E_y e G_{xy} foram as propriedades responsáveis pela maior sensibilidade das frequências naturais.

O processo de minimização do resíduo definido pelas frequências naturais apresentou convergência estável e reduziu significativamente as discrepâncias entre as FRF’s experimentais e numéricas, conforme pode ser observado nas Figura 3.14 e Figura 3.15. A adição da massa concentrada referente ao acelerômetro no modelo numérico apresentou pouca influência na resposta em frequência, como ilustrado na Figura 3.16, pois a massa do acelerômetro é muito pequena quando comparada com a massa da placa. Já a diferença entre as amplitudes das curvas numéricas e experimentais é devida às incertezas inerentes ao

amortecimento estrutural utilizado nos modelos numéricos. De maneira geral, conclui-se que os resultados numéricos e experimentais apresentaram boa concordância.

4. DETERMINAÇÃO DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL

Este capítulo descreve o procedimento experimental utilizado para o cálculo do fator de perda por amortecimento das amostras de material composto. Foram utilizados o método do decaimento e o método da curva de largura de banda para obtenção do amortecimento. Em seguida, os resultados obtidos pelos dois métodos são comparados e analisados.

4.1. CONFIGURAÇÃO DOS PAINÉIS ENSAIADOS

Os métodos experimentais utilizados na determinação do amortecimento estrutural foram realizados em painéis lisos e painéis com vigas de reforço (cavernas e *stringers*). A Tabela 4.1 ilustra as configurações dos painéis, com as informações referentes à orientação das fibras e espessura de cada lâmina, número de vigas de reforço e a massa dos painéis. Observa-se, que a placa base (*skin*) dos painéis lisos e reforçados possui a mesma configuração da placa C, sendo construídos com os mesmos materiais (fibra e matriz).

Tabela 4.1 – Orientação e espessura das fibras dos corpos de provas de material composto.

		Painel Liso	Painéis Reforçados		
Camada	Placa C	Painel E	Painel F	Painel G	Painel H
	Orientação da fibra / espessura da fibra				
A10	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A9	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A8	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A7	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A6	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A5	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A4	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A3	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A2	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
A1	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm	90° / 0,21 mm
Espessura	2,1 mm	2,1 m22m	2,1 mm	2,1 mm	2,1 mm
Dimensões dos corpos de provas	0.46 m x 0.28 m	1.8 m x 1.13 m	1.8 m x 1.13 m	1.8 m x 1.13 m	1.8 m x 1.13 m
Número de Cavernas				3	2
Número de Stringers			5		5
Massa das Amostras	279,1 g	4,6 kg	7,765 kg	6,78 kg	8,4 kg

A Figura 4.1 ilustra a geometria dos perfis das vigas de reforços, mostrando o sistema global de referência utilizado na orientação das fibras de cada lâmina. Os materiais utilizados para construção das vigas de reforços são iguais aos materiais do painel base (*skin*).

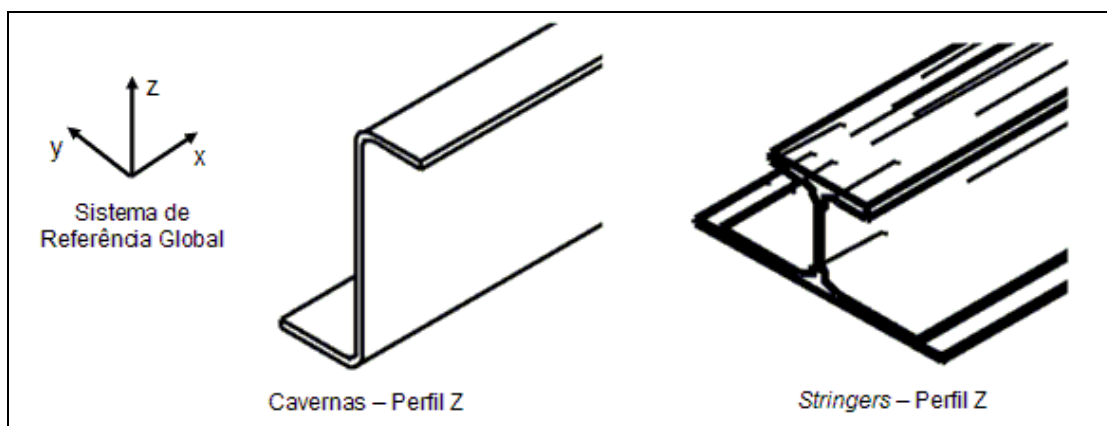


Figura 4.1 – Detalhes dos perfis das vigas de reforço.

As cavernas são fixadas sobre o painel base (*skin*) por meio de rebites sendo posicionadas na direção transversal, enquanto, os “*stringers*” são fixados na direção longitudinal através do processo de cura. A seguir, na Figura 4.2 são apresentados os painéis que serão objetos de estudo nas análises vibro-acústicas.

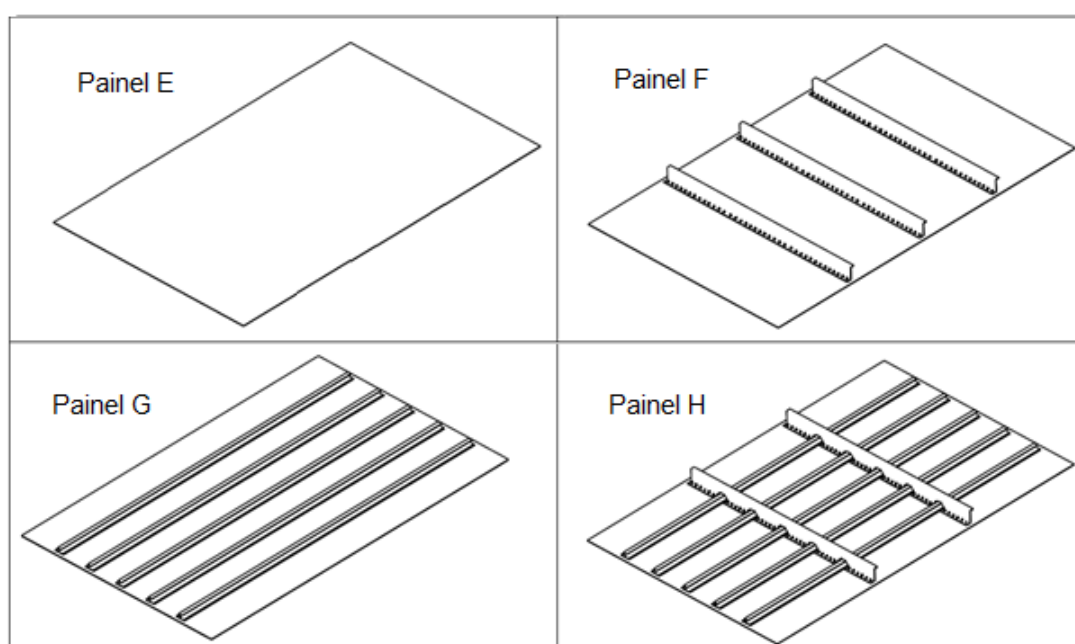


Figura 4.2 – Detalhes dos painéis de material composto: Painel E (Liso); Painel F (3 cavernas); Painel G (5 *stringers*) e Painel H (2 cavernas e 5 *stringers*).

4.2. MÉTODO DO DECAIMENTO

Como descrito na revisão bibliográfica, o método consiste no registro da taxa de decaimento da energia vibratória após a excitação ser subitamente interrompida. Para excitar a placa utilizou-se um martelo de impacto, excitando o corpo de prova de forma impulsiva. O fator de perda por amortecimento foi calculado registrando a taxa de decaimento da energia vibratória utilizando o sinal de um acelerômetro e de um microfone, sendo medidos em bandas de frequência de 1/3 de oitava. O uso do sinal do microfone tem como objetivo avaliar o efeito de inércia do acelerômetro no cálculo do amortecimento estrutural do corpo de prova. O tempo de decaimento utilizado é o tempo de reverberação T_{60} referente à redução de 60 dB no nível da energia vibratória. Assim, o método do decaimento pode ser aplicado utilizando a seguinte expressão:

$$\eta = \frac{2,2}{f_c T_{60}} \quad (4.1)$$

onde f_c representa a frequência central da banda de 1/3 de oitava.

4.2.1. Procedimento de Medição

O fator de perda foi medido para três configurações diferentes: (1) considerando somente a média do sinal dos acelerômetros; (2) considerando a média do sinal do microfone com acelerômetro acoplado a placa; e (3) considerando a média do sinal do microfone sem acelerômetro acoplado. Este procedimento foi adotado com objetivo de avaliar se a massa dos acelerômetros tinha influência no amortecimento estrutural dos painéis.

Neste experimento foram utilizados os seguintes equipamentos para o cálculo do amortecimento estrutural:

- Acelerômetro B&K 4519-002;
- Microfone de campo livre B&K 4189;
- Martelo de impacto B&K 8204;

- Analisador de sinais 4 canais B&K Pulse 3560 com *software* PULSE LABSHOP v10.1.

As medições foram realizadas na câmara semi-aneecóica do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA)/UFSC. Desta forma, tem-se a menor interferência possível sobre o comportamento dinâmico das placas, devido ausência das reflexões das ondas sonoras absorvidas pelas paredes da câmara que são revestidas por mantas acústicas, diminuindo assim as incertezas no cálculo do fator de perda por amortecimento. Sendo assim, só restam os efeitos dos fios finos que são utilizados para suspensão da placa que não podem ser desprezados.

A Figura 4.3 mostra o corpo de prova suspenso por fios de nylon com um acelerômetro colado sobre o mesmo, e também um microfone próximo à região central do painel, com objetivo de captar a resposta de radiação de todos os modos.



Figura 4.3 – Esquema de montagem para determinação do decaimento do sinal do acelerômetro e microfone.

Durante o impacto com o martelo é importante observar se o choque está sendo aplicado perpendicular à superfície do corpo de prova. A Figura 4.4 mostra claramente como deve ser feito o impacto na superfície da estrutura.

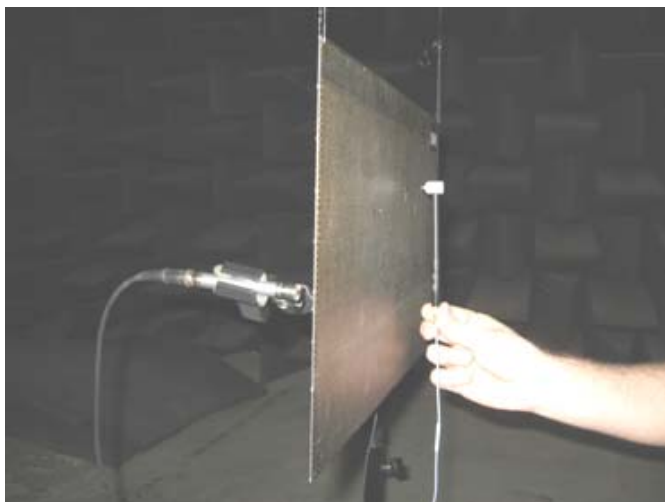


Figura 4.4 – Detalhe do impacto sendo efetuado perpendicular à superfície do corpo de prova.

Após a montagem do aparato experimental, o corpo de prova é excitado de forma impulsiva através do martelo de impacto, sempre observando a faixa de frequência do espectro da força, pois o tempo de contato de aplicação desta força impulsiva deve ser o menor possível de forma que a energia de vibração se distribua por todo espectro de frequência. A Tabela 4.2 mostra o número de medições realizadas em cada corpo de prova, informando quantos pontos foram utilizados na aquisição do tempo de decaimento e o número de pontos de impactação realizados com o martelo de impacto.

Tabela 4.2 – Número de pontos de resposta do tempo de decaimento para cada painel.

Corpo de Prova	Número de Pontos de Respostado Tempo de Decaimento			Número de Pontos Impactação
	Painel base (skin)	Caverna	Stringer	
Painel E	12			3
Painel F	9		3	7
Painel G	9	3		7
Painel H	9	3	3	10

Na aquisição do tempo de decaimento do sinal do microfone e acelerômetro é recomendado fazer a aquisição do decaimento do sinal após os primeiros cinco mili-segundos, de modo que a energia propague-se por toda estrutura. Os sinais foram filtrados em faixas de 1/3 de oitava, sendo medidos a partir da frequência central da banda de 10 Hz até a banda 1 kHz. A seguir, na Figura 4.5, pode ser visualizado o espectro do decaimento do sinal do acelerômetro obtido na medição do Painel E utilizando o analisador de sinais. Nesta imagem pode ser visto uma

tendência uniforme do decaimento da energia vibratória a partir da frequência central da banda de 100 Hz.

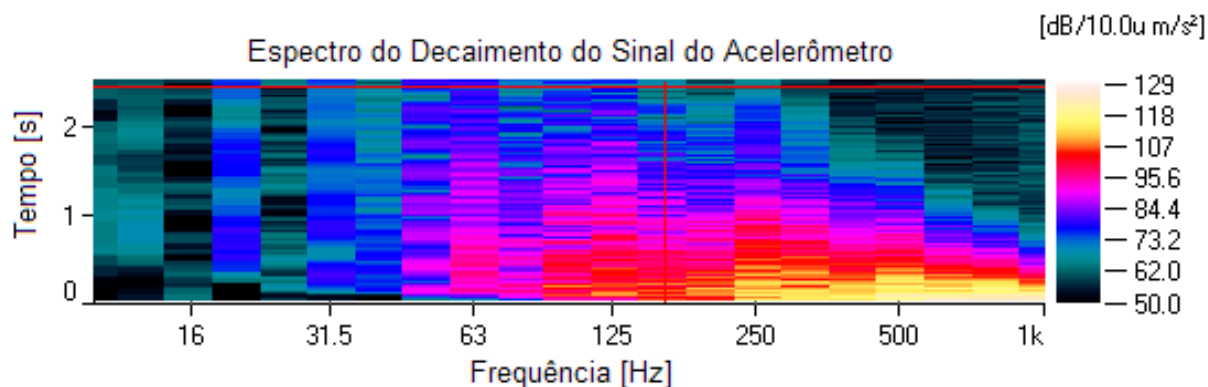


Figura 4.5 – Espectro do decaimento do sinal do acelerômetro.

Para entender melhor o comportamento do gráfico acima, a Figura 4.6 ilustra a curva do tempo de decaimento do sinal do acelerômetro para frequência central da banda de 50 Hz e 800 Hz. Analisando as curvas, observa-se que o decaimento do sinal na frequência central da banda de 50 Hz não chegou a cair 60 dB, não sendo possível calcular o tempo de reverberação T_{60} . Já a frequência central da banda de 800 Hz apresenta um sinal típico de um decaimento, na qual apresenta uma tendência uniforme, onde pode ser visualizado de forma clara o tempo referente ao T_{60} .

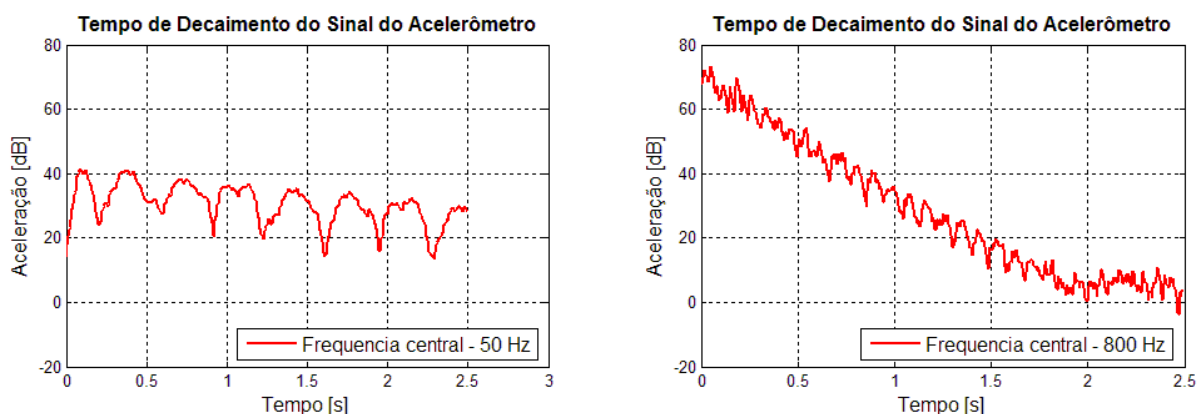


Figura 4.6 – Tempo de decaimento para frequência central de 50 Hz e 800 Hz.

Após ser feita a aquisição do sinal de decaimento de todos os pontos do painel, o *software* PULSE LABSHOP dispõe de uma ferramenta chamada “*Reverberation Time*”, na qual o tempo de reverberação médio é calculado automaticamente para cada banda de frequência, como mostra o gráfico da Figura 4.7. Em seguida, com os dados do tempo de reverberação de cada banda de frequência, o fator de perda por amortecimento pode ser calculado aplicando a Equação (4.1).

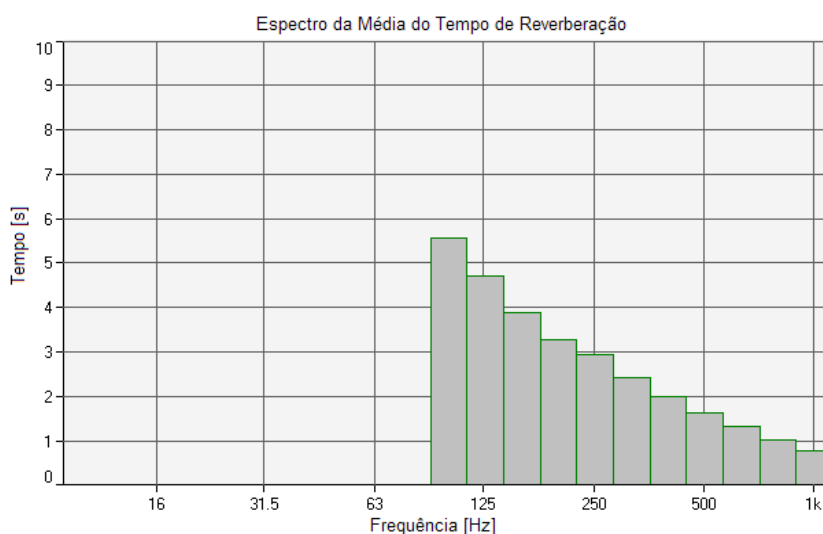


Figura 4.7 – Tempo de reverberação médio calculado utilizando o analisador de sinais PULSE.

Conforme mostra a Figura 4.7, o algoritmo do *software* PULSE LABSHOP somente conseguiu calcular o tempo de reverberação T_{60} no painel E (painel liso) a partir da frequência central da banda de 100 Hz. Desta forma, foi necessário estimar o T_{60} criando um algoritmo de cálculos dos tempos de decaimento para algumas frequências centrais inferiores utilizando a seguinte metodologia:

- Escolha da inclinação da curva de decaimento: nos decaimentos dos sinais que não apresentam uma tendência uniforme de decaimento, é recomendado escolher a primeira inclinação, pois tem uma contribuição mais significativa de todos os modos.
- Extrapolação da curva de decaimento: para o caso do tempo de decaimento T_{60} , é comum que para algumas bandas de frequência o decaimento de 60 dB não ocorra, o que se faz necessário uma extrapolação desta curva.
- Escolha do ponto inicial da curva de decaimento: é comum que o sinal no domínio do tempo, para as baixas frequências principalmente, apresente valores máximos de amplitude centésimos ou décimos de segundo após o impacto, o que requer um

processo de corte do sinal anterior a este máximo. Desta maneira a inclinação representa melhor o comportamento do decaimento do sinal.

4.2.2. Resultados Obtidos

A Figura 4.8 mostra o resultado do fator de perda por amortecimento do Painei E (painel liso) para as três configurações. Analisando o gráfico, observa-se uma boa concordância entre os resultados, o que significa que a massa dos acelerômetros exerce pouca influência no resultado do amortecimento. Os valores de amortecimento variam de 0,3% nas baixas frequências, aproximadamente. Com base nesta comparação decidiu-se calcular o amortecimento para os outros corpos de provas utilizando somente o sinal dos acelerômetros.

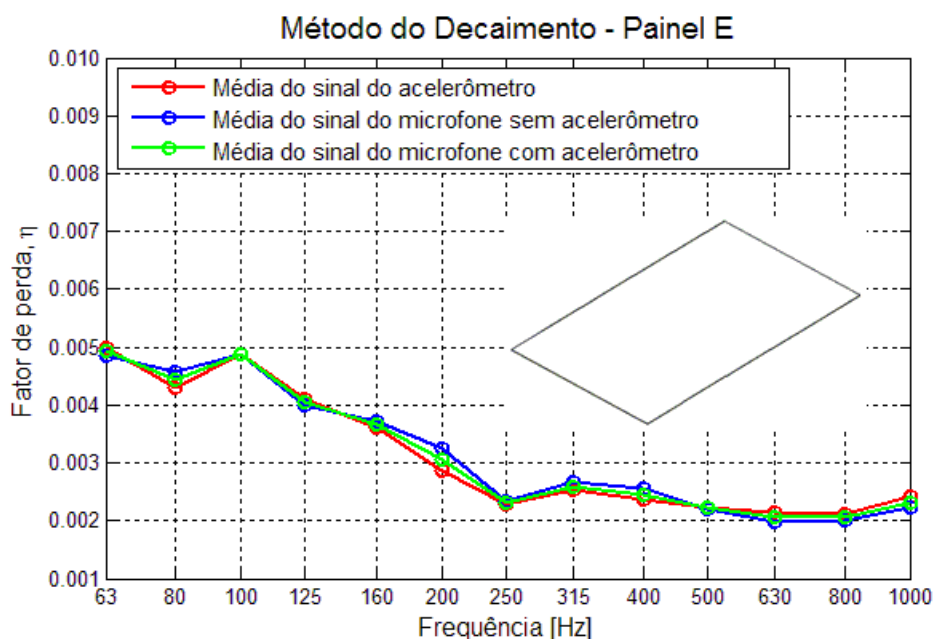


Figura 4.8 – Amortecimento do painei E, medido pelo método do decaimento.

A seguir, nas Figura 4.9 a Figura 4.11 são mostrados os resultados do amortecimento dos painéis F, G e H, calculado a partir do decaimento do sinal dos acelerômetros. Para os painéis com vigas de reforço somente foi possível calcular o amortecimento a partir da banda de 200 Hz, onde a curva de decaimento do sinal apresentava uma tendência uniforme, o que facilitou a determinação do tempo de reverberação T_{60} .

A Figura 4.9 mostra o resultado do amortecimento do painel reforçado F, que possui 5 vigas de reforço (*stringers*). Como pode ser visualizado no gráfico, o fator de perda por amortecimento varia de 0,0038 à 0,0058.

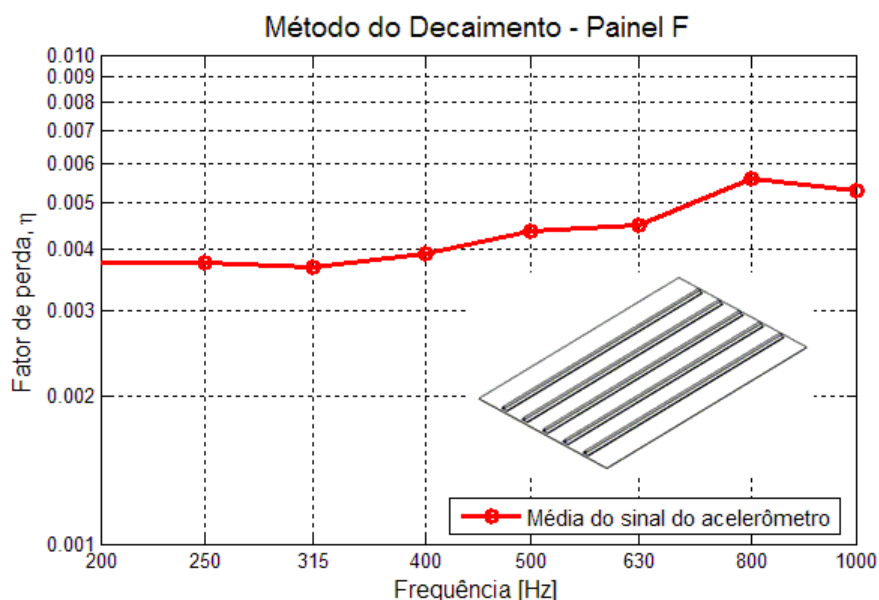


Figura 4.9 – Amortecimento do painel F, medido pelo método do decaimento.

No gráfico abaixo é apresentado o resultado o amortecimento do painel G, que possui três vigas de reforços (cavernas) na direção transversal. O fator de perda por amortecimento deste painel varia de 0,0032 à 0,0048, como pode se visto na Figura 4.10.

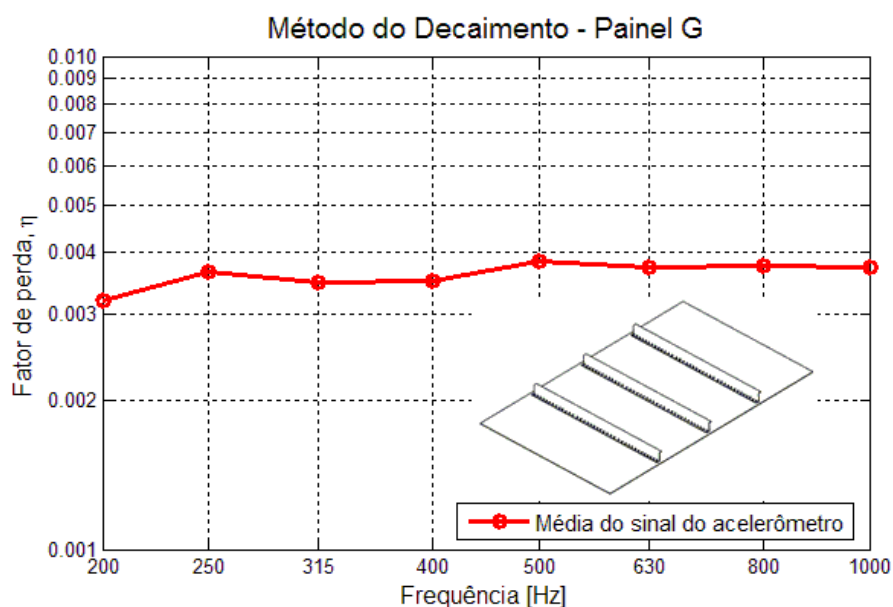


Figura 4.10 – Amortecimento do painel G, medido pelo método do decaimento.

Já o painel com reforço cruzado, painel H, o fator de perda por amortecimento calculado apresentou resultados entre 0,0041 à 0,006, como ilustrado na Figura 4.11.

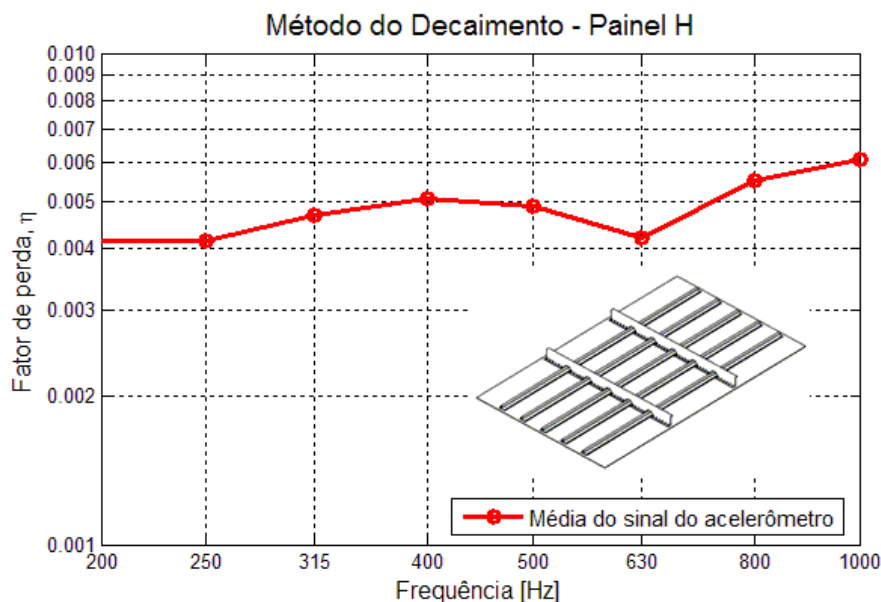


Figura 4.11 – Amortecimento do painel H, medido pelo método do decaimento.

A Figura 4.12 apresenta uma comparação entre os amortecimentos dos painéis medidos. Como pode ser visto no gráfico, o amortecimento dos painéis reforçados é maior em relação ao painel liso, devido aos mecanismos de atrito nas juntas da união entre o painel base (*skin*) e as vigas de reforço (*stringers* e cavernas).

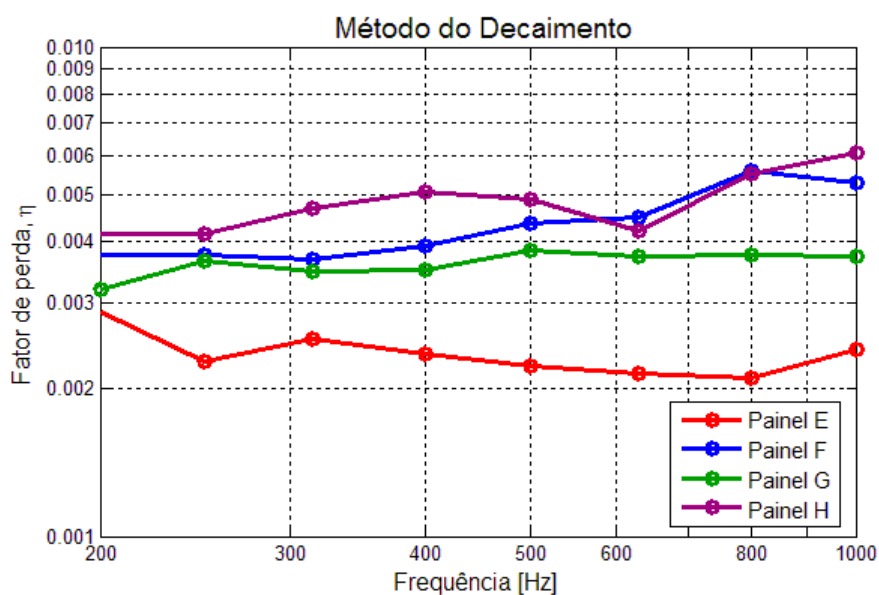


Figura 4.12 – Comparação entre os amortecimentos dos painéis E, F, G e H utilizando o método do Decaimento.

4.3. MÉTODO DA LARGURA DE BANDA

A determinação do amortecimento estrutural dos painéis através do método da largura de banda foi realizada com base nos conceitos apresentados na revisão de literatura (Detalhes no Capítulo 2, Seção 2.5.2). Portanto, é necessário inicialmente realizar a medição das funções resposta em frequência (FRF) pontuais. As FRF's medidas para o cálculo do amortecimento são do tipo inércia.

4.3.1. Procedimento de Medição

Como o método da largura de banda consiste num método gráfico onde o amortecimento estimado depende da qualidade de medição da FRF, é importante que o acelerômetro seja calibrado antes das medições serem efetuadas, e durante a aquisição das FRF's sempre observar a coerência entre os sinais de aceleração e força. Na medição da FRF utilizando o martelo de impacto utilizou-se o procedimento experimental descrito no Capítulo 3, seção 3.2. A suspensão dos corpos de provas foi feita com fios de nylon, conforme realizado no método do decaimento. Para as medições das FRF's foram necessários os seguintes equipamentos:

- Acelerômetro B&K 4519-002;
- Martelo de impacto B&K 8204;
- Analisador de sinais 4 canais B&K Pulse 3560 com *software* PULSE LABSHOP v10.1.

As medições das FRF's no analisador de sinais foram realizadas até a frequência de 2 kHz, utilizando 4000 linhas espectrais, fornecendo uma resolução de 0,5 Hz. Após a aquisição das FRF's, foi criado um algoritmo utilizando o *software* MATLAB para o cálculo do amortecimento estrutural. Inicialmente, o algoritmo tem como objetivo identificar os prováveis picos de ressonância, como mostra a Figura 4.13. Os círculos vermelhos representam os picos de ressonância, enquanto, os círculos em azul são os pontos de anti-ressonância.

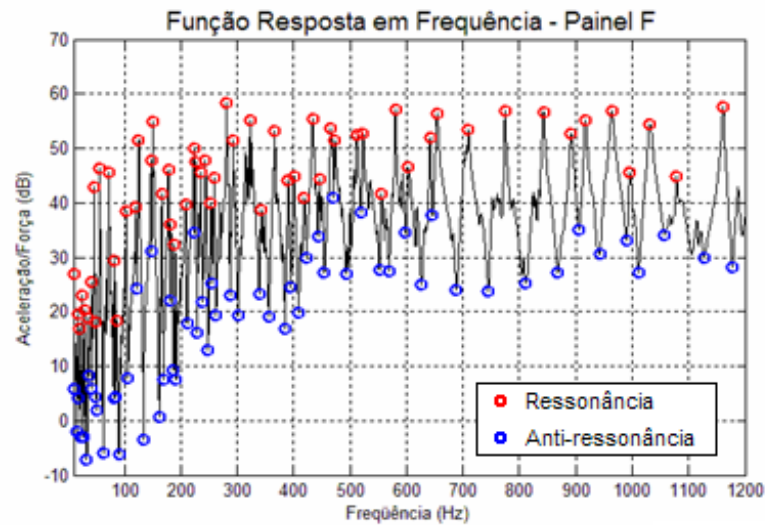


Figura 4.13 – Identificação dos picos de ressonância na FRF para o cálculo do amortecimento modal.

A próxima etapa consiste em selecionar vários pontos localizados na vizinhança dos picos de ressonância da FRF de forma aleatória, onde cada ponto selecionado é função da razão de amplitude R , ou seja, os pontos são uma porcentagem do pico de ressonância. Portanto, obtido os valores de R é possível plotar um gráfico do fator da largura de banda $\delta\Omega_R$ versus o fator de amplitude $\sqrt{R^{-2}-1}$. Desta forma, para cada pico de ressonância foram obtidos vários pares de coordenadas $(\sqrt{R^{-2}-1}, \delta\Omega_R)$. Ao final, aplica-se o Método dos Mínimos Quadrados, o qual permitiu a obtenção de uma reta que se ajusta aos pares de pontos medidos. Após definida a reta, calculou-se o coeficiente angular da reta (inclinação da reta) que representa o fator de perda por amortecimento modal. Em seguida, foi utilizado um filtro de 1/3 de oitava determinando o fator de perda por amortecimento das frequências centrais contidas entre 100 e 1 kHz. A partir do amortecimento obtido para cada medição, valores médios foram calculados para cada painel.

4.3.2. Resultados Obtidos

Nos gráficos das Figura 4.14 a Figura 4.17 pode ser observado o fator de perda por amortecimento obtido através do método da largura de banda para todos os painéis mencionados na Tabela 4.1. Nas legendas dos gráficos, o número da medição representa o amortecimento modal referente a cada pico de ressonância identificada na FRF, e os valores médios representam o fator de perda médio das frequências centrais de 1/3 de oitava. A

Figura 4.14 mostra o fator de perda do painel E (painel liso), onde os valores dos amortecimentos modais variam de 0,002 a 0,02.

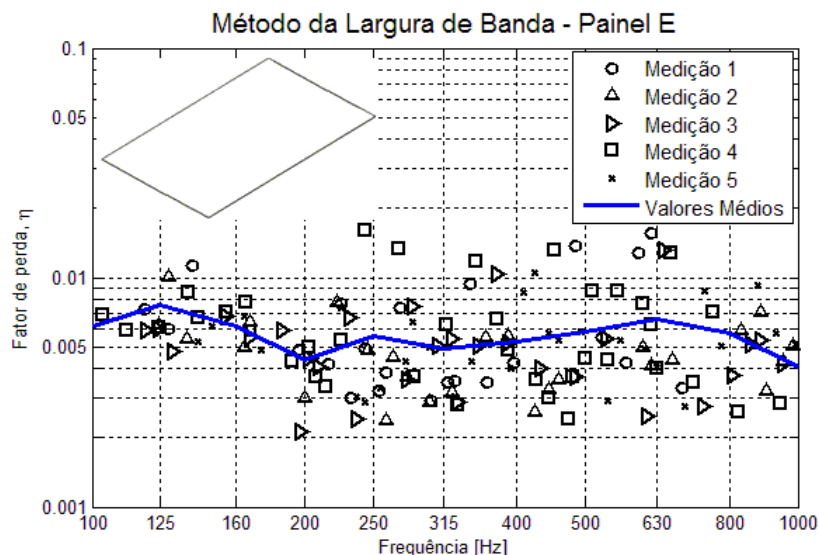


Figura 4.14 – Fator de perda por amortecimento do Painel E obtido através do método da Largura de Banda.

Na Figura 4.15, tem-se o gráfico do fator de perda por amortecimento do painel F (painel reforçado – *stringers*), obtido a partir de seis medições. Observa-se no gráfico abaixo que os amortecimentos modais variam de 0,002 a 0,01, fornecendo valores médios em bandas de 1/3 de oitava em torno de 0,005.

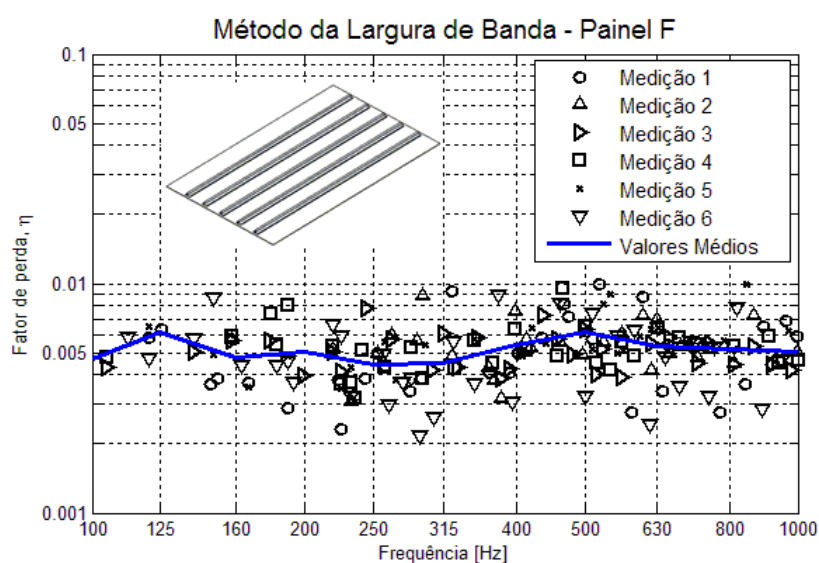


Figura 4.15 – Fator de perda por amortecimento do Painel F obtido através do método da Largura de Banda.

A seguir, na Figura 4.16, tem-se o gráfico do fator de perda por amortecimento do painel G (painel reforçado – cavernas) obtido a partir de 4 medições, com os amortecimentos modais variando de 0,0017 a 0,01.

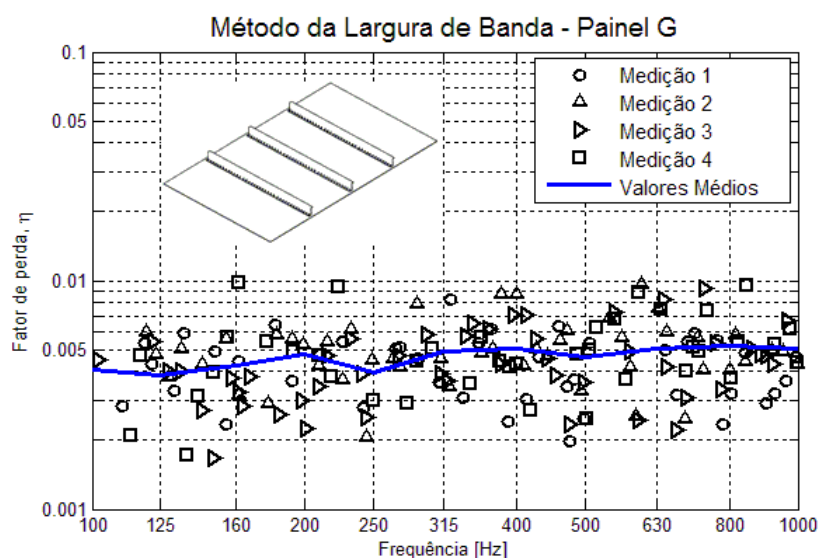


Figura 4.16 – Fator de perda por amortecimento do Pannel G obtido através do método da Largura de Banda.

Na Figura 4.17 tem-se o gráfico do fator de perda do painel H (painel com reforço cruzado) determinado a partir de 9 medições. Como pode ser visualizado no gráfico abaixo, somente a partir da banda de 200 Hz tem-se um número considerável de amortecimentos modais para determinação dos valores médios.

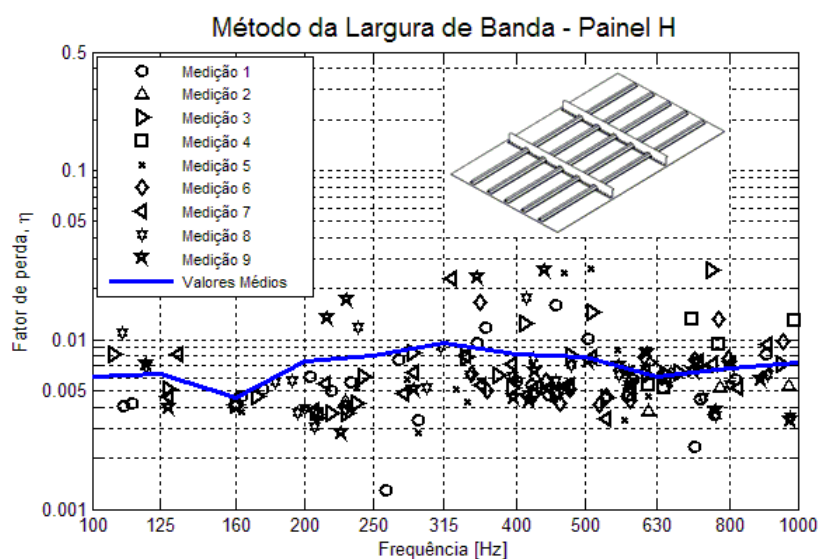


Figura 4.17 – Fator de perda por amortecimento do Pannel H obtido através do método da Largura de Banda.

E por fim, a Figura 4.18 apresenta uma comparação entre os amortecimentos dos painéis medidos através do método de largura de banda. Nota-se que o painel com reforço cruzado (painel H) possui o fator de perda superior em relação aos outros painéis, por causa dos mecanismos de atrito nas juntas da união entre o painel base (*skin*) e as vigas de reforço (*stringers* e cavernas).

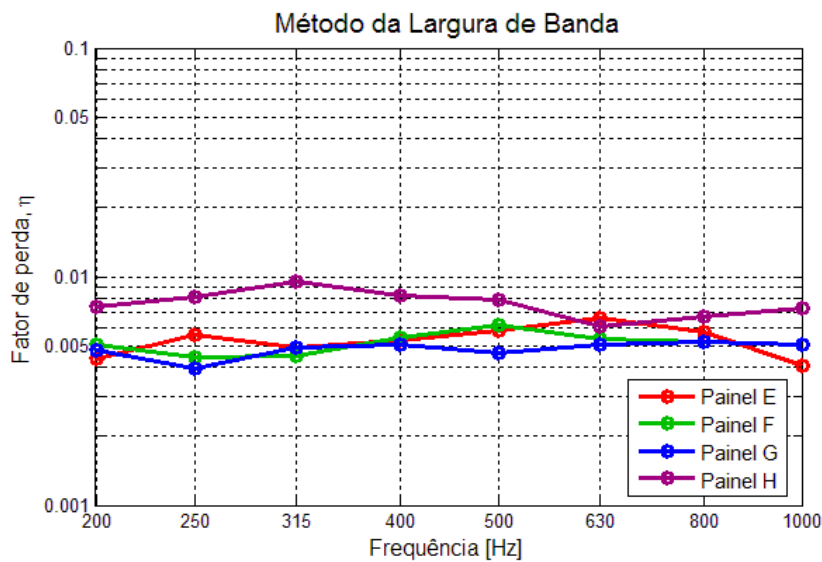


Figura 4.18 – Comparação entre os amortecimentos dos painéis E, F, G e H utilizando o método da Largura de Banda.

4.4. ANÁLISE DOS MÉTODOS APLICADOS NA OBTENÇÃO DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL

A Figura 4.19 mostra a comparação entre os resultados do fator de perda por amortecimento obtidos através do método do decaimento e o método da largura de banda para todos os corpos de prova. Nas comparações observa-se que os valores obtidos através do método do decaimento tendem a subestimar os resultados calculados pelo método da largura de banda. Esta diferença pode está associada ao decaimento do sinal ser dominado pelos modos de menor amortecimento. Com relação aos painéis reforçados, observa-se um aumento do amortecimento estrutural devido as vigas fornecer uma maior rigidez aos painéis. Isto ocorre devido à concentração de energia vibratória nas uniões. Desta forma, alguns modos conseguem dissipar maior quantidade de energia do que outros.

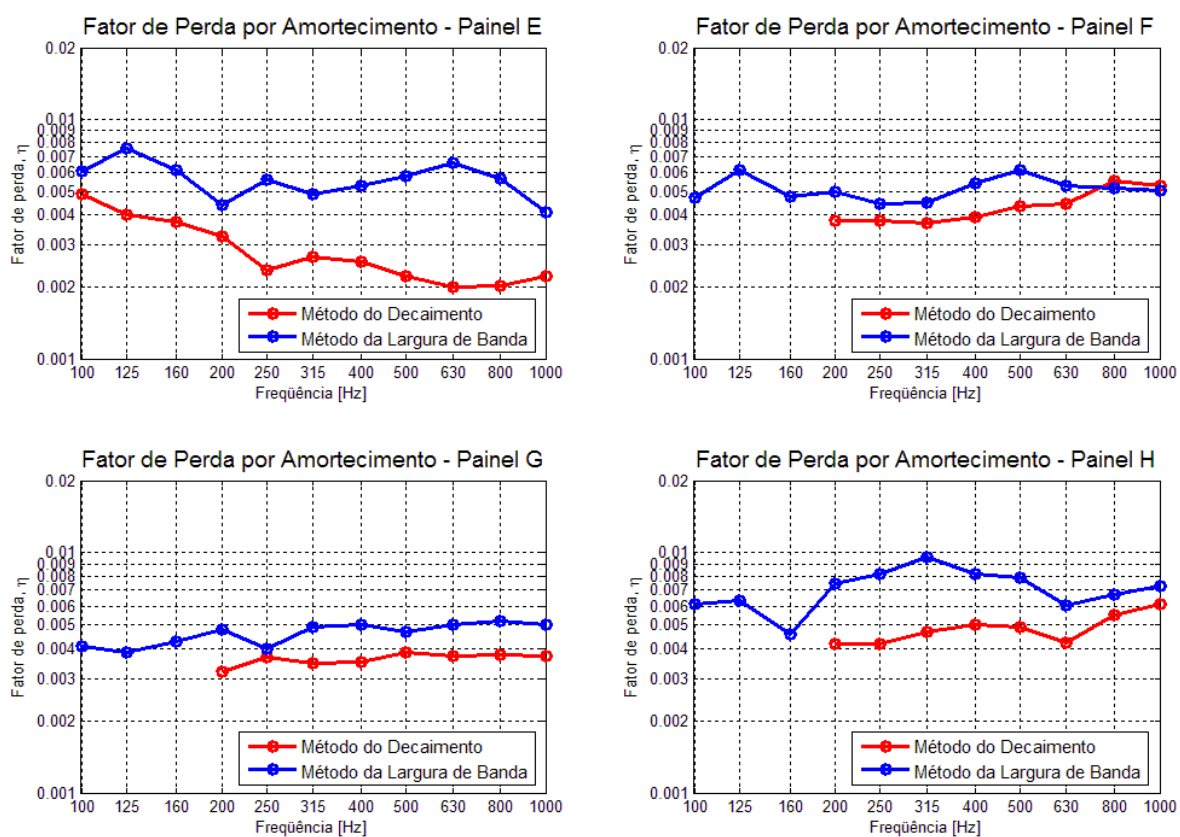


Figura 4.19 – Comparação dos resultados do fator de perda por amortecimento obtidos pelo método do decaimento e pelo método da potência de entrada.

5. DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE RADIAÇÃO

Este capítulo descreve todo procedimento experimental e numérico utilizado na obtenção da eficiência de radiação. Além disso, será aplicada a formulação analítica da eficiência de radiação média modal (BERANEK, 1971) em um painel de alumínio com objetivo de validar a metodologia numérica. O modelo numérico consiste em um modelo híbrido FEM-BEM que combina o método dos elementos finitos e o método dos elementos de contornos. Portanto, inicialmente os deslocamentos na estrutura são obtidos através de um *software* baseado no método dos elementos finitos, e em seguida, são utilizados como condição de entrada em um *software* que utiliza o método dos elementos de contorno, o qual fornece a eficiência acústica radiada pela estrutura. No final, uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada. Os corpos de prova avaliados são os mesmos avaliados no capítulo anterior.

5.1. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Como descrito no capítulo 2, a eficiência de radiação sonora descreve a capacidade de uma estrutura vibrante transformar a energia de vibração em energia acústica (ruído). A equação que descreve este parâmetro é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (5.1)$$

Baseado na equação acima, a determinação experimental da eficiência de radiação é obtida a partir da medição da velocidade média quadrática espacial e temporal, medidos ao longo de pontos pré-determinados sobre o painel e da potência acústica radiada pelo mesmo.

5.1.1. Medição da Potência Sonora em Câmaras Reverberantes

A determinação da potência sonora em câmaras reverberantes pode ser realizada utilizando dois métodos de medição: o método direto ou método da comparação, na qual utiliza-se uma fonte sonora de referência. No presente trabalho utilizou-se o método da comparação por ser um teste mais rápido e mais preciso com relação ao método direto.

5.1.1.1. Método Direto

O método direto é baseado nas propriedades de absorção da câmara, as quais são determinadas pelo tempo de reverberação da mesma para cada banda de frequência. Segundo (BERANEK, 1988), o nível de potência sonora (NWS) radiado pela fonte sonora para cada banda de frequência é dado por:

$$NWS = NPS - 10\log(T) + 10\log(V) + 10\log\left(1 + \frac{S\lambda}{8V}\right) - 10\log\left(\frac{P_B}{1000}\right) - 14 \quad (5.2)$$

onde:

NPS = Nível de pressão sonora média em cada banda, corrigida de acordo com ruído de fundo (dB);

V = Volume da câmara [m³];

T₆₀ = Tempo de reverberação [s];

λ = Comprimento de onda na frequência central [m];

S = Área total de absorção do som [m²];

P_B = Pressão barométrica, em milibar.

Reescrevendo a Equação (5.2) considerando que a pressão atmosférica é constante no interior da câmara reverberante, tem-se:

$$NWS = NPS + K \quad (5.3)$$

onde K representa uma constante, denominada constante da sala. O nível de pressão sonora (NPS) representa o valor da pressão sonora média espacial, em unidade decibel, dado por:

$$\text{NPS} = 10 \log \left(\frac{\langle \bar{p}^2 \rangle}{p_{\text{ref}}^2} \right) \quad (5.4)$$

onde $p_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ é a pressão sonora de referência.

5.1.1.2. Método da Comparação

A determinação da potência sonora em câmaras reverberantes através do método da comparação utilizando uma fonte sonora de referência é baseada na norma ISO 3741 (*International Organization for Standardization 3741*).

A determinação da potência sonora em salas é baseada na premissa que as medições são realizadas em um campo sonoro difuso (reverberante) (BERANEK, 1988). Este campo reverberante significa que as ondas se propagam em todas as direções e não possuem uma direção dominante, ou preferencial, de propagação (FIATES, 2003). O método da comparação requer somente a medição do NPS produzido pela fonte a qual se deseja medir a potência sonora, e da medição do NPS produzido pela fonte de referência.

$$\text{NWS}_{\text{Fonte}} = \text{NWS}_{\text{Fonte Ref.}} + \text{NPS}_{\text{Fonte}} - \text{NPS}_{\text{Fonte Ref.}} \quad (5.5)$$

onde:

$\text{NWS}_{\text{Fonte}}$ = Nível de potência sonora da fonte;

$\text{NWS}_{\text{Fonte Ref.}}$ = Nível de potência sonora da fonte de referência;

$\text{NPS}_{\text{Fonte}}$ = Nível de pressão sonora da fonte;

$\text{NPS}_{\text{Fonte Ref.}}$ = Nível de pressão sonora da fonte de referência.

Com base na Equação (5.5), o procedimento de medição do nível de potência sonora de uma fonte sonora está dividido em duas etapas:

Consiste na medição da pressão média quadrática espacial da fonte sonora (máquina) utilizando microfones de campo difuso, como ilustrado na Figura 5.1. Em seguida, os valores medidos devem ser convertidos para o NPS aplicando a Equação (5.5).

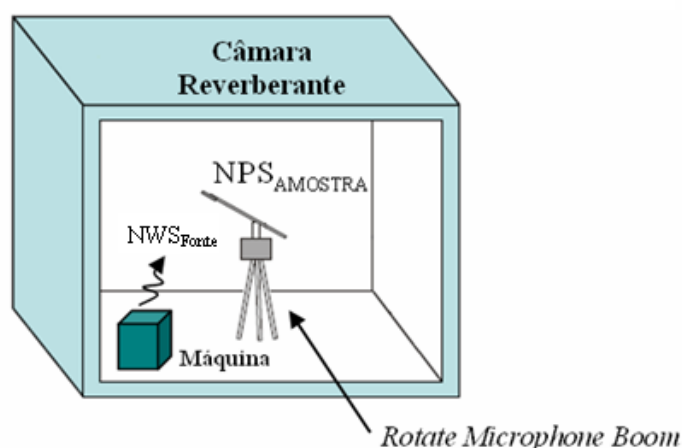


Figura 5.1 – Medição do NPS de uma fonte sonora sob teste na câmara reverberante.

A segunda etapa consiste na substituição da fonte sonora sob teste pela fonte sonora de referência repetindo as mesmas medições da etapa anterior.

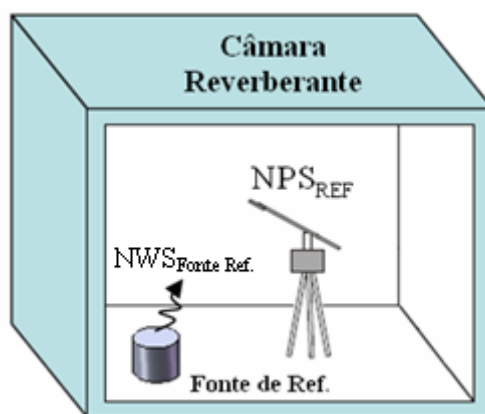


Figura 5.2 – Medição do NPS da fonte sonora de referência na câmara reverberante.

Portanto, com o método da comparação precisou medir somente a pressão média quadrática espacial da fonte sonora, sem precisar calcular o tempo de reverberação para cada banda de

frequência, reduzindo desta maneira o tempo de medição e as incertezas no cálculo da potência sonora da fonte. Por isso, adotou-se o método da comparação no cálculo da potência sonora dos painéis de lisos e reforçados.

Descrição do Experimento

A determinação experimental da eficiência de radiação dos corpos de provas foi conduzida nas câmaras reverberantes do LVA, da UFSC. Neste experimento foram medidas a velocidade média quadrática espacial e temporal, distribuídos ao longo do painel, e a potência sonora radiada pelo mesmo utilizando os seguintes equipamentos:

- Analisador e gerador de Sinais Scadas, com *software* LMS Test Lab v8;
- Amplificador de potência B&K 2718;
- Excitador eletrodinâmico B&K 4809;
- Microfone de campo livre B&K 4189;
- Mesa giratória – *Rotating Microphone Boom Type 3923 B&K*;
- Fonte sonora de referência B&K 4204;
- Calibrador de microfone B&K 4231;
- Acelerômetro B&K 4519-002.

Inicialmente, fixou-se o painel na abertura entre as câmaras reverberante 1 e 2, por meio de garras. Durante a fixação, também aplicou-se uma fina camada de massa nas laterais da abertura, conhecida como massa de calafetar, com objetivo de evitar o vazamento de ruído por alguma fresta existente na abertura entre as câmaras. A Figura 5.3 ilustra essa primeira etapa que consiste na fixação do painel entre as câmaras reverberantes.

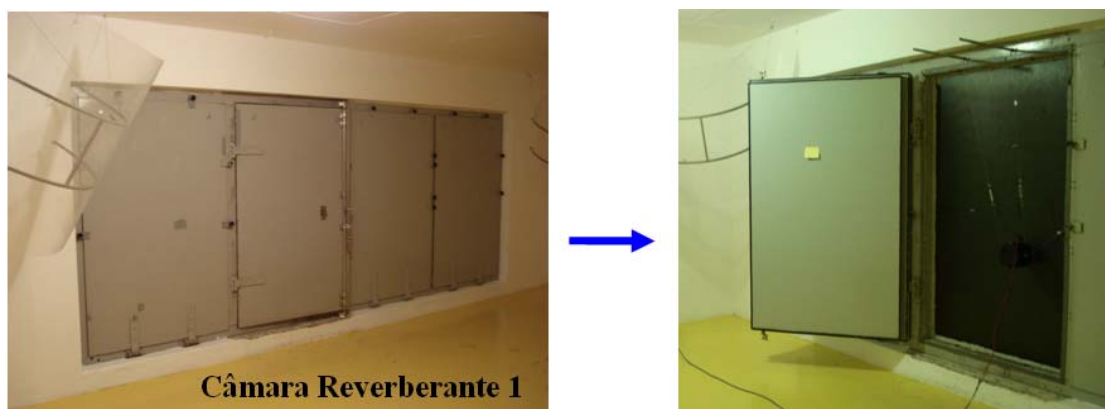


Figura 5.3 – Ilustra a fixação do painel entre as câmaras reverberantes.

A próxima etapa consiste na montagem do excitador eletrodinâmico (*shaker*) na câmara reverberante 1, o qual tem a função de excitar o painel mecanicamente. A Figura 5.4 ilustra o excitador eletrodinâmico suspenso por fios finos de aço. É importante observar se a haste (*stinger*) que conecta o excitador eletrodinâmico ao painel está perpendicular em relação ao plano do painel. Na fixação da extremidade da haste sobre o painel utilizou-se uma cola comercial.

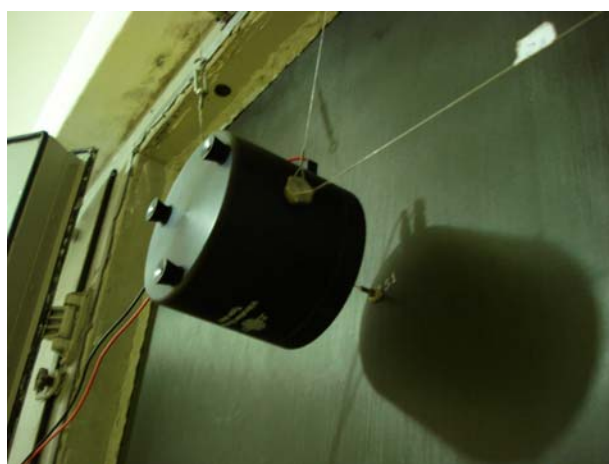


Figura 5.4 – Sistema de fixação do excitador eletrodinâmico montado na câmara 1.

Em seguida na câmara reverberante 2 foram fixados os acelerômetros sobre o painel utilizando cera de abelha. Foi também colocada uma mesa giratória (*Rotating Microphone Boom*) na região central da câmara 2, com um microfone posicionado na extremidade da haste que descreve um movimento de uma circunferência. A circunferência descrita pelo microfone não deve ser paralela a nenhuma das paredes, teto e piso da câmara.



Figura 5.5 – Ilustra a montagem do Rotate Microphone Boom para medição da pressão sonora.

A Figura 5.6 mostra o esquema de medição utilizado para obtenção da potência sonora radiada pelo painel e da velocidade média quadrática espacial e temporal, medidos em vários pontos ao longo do painel para determinação experimental da eficiência de radiação.

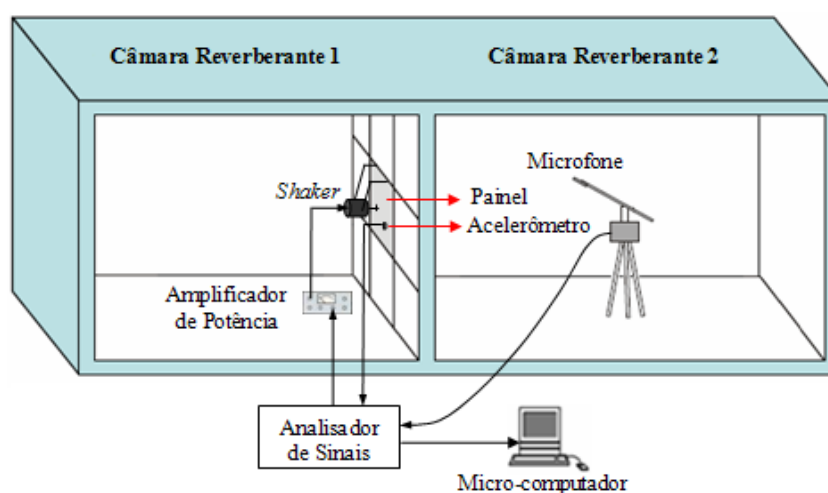


Figura 5.6 – Ilustração dos equipamentos utilizados na medição da potência radiada pelo painel e da velocidade média quadrática espacial e temporal.

A medição inicia-se com o gerador de sinais gerando um sinal tipo ruído branco, que é amplificado pelo amplificador de potência e depois enviado para o *shaker*, excitando o painel com uma força vibratória e excitando os modos de vibração do painel. Em seguida, na câmara 2 foram realizadas as medições da velocidade distribuídos ao longo do painel através de acelerômetros, e a medição da pressão sonora no campo reverberante utilizando um microfone fixo na extremidade de uma haste sobre uma mesa giratória (*Rotate Boom*). A aquisição das medições foi realizado simultaneamente, com objetivo de garantir a correlação entre os sinais

de velocidade e pressão (FIATES, 2003). Depois foi feita a aquisição do nível de pressão sonora gerado pela fonte sonora de referência B&K 4204. A pressão sonora e a velocidade foram medidas em bandas de 1/3 de oitava.

A seguir, na Tabela 5.1 tem-se o número de pontos de excitação realizados com o *shaker*, juntamente com o número de pontos de resposta de velocidade para cada corpo de prova. A última coluna desta tabela representa o número de total de medições que foram utilizados para o cálculo da velocidade média quadrática espacial e temporal.

Tabela 5.1 – Número de medições realizada em cada painel para o medição da velocidade média quadrática espacial e temporal.

Corpo de Prova	Número de medições de velocidade para cada ponto de excitação	Número de pontos de excitação			Total de pontos medidos
		Painel base (skin)	Caverna	Stringer	
Alumínio	12	3			36
Painel E	12	3			36
Painel F	20	4		3	140
Painel G	20	4	3		140
Painel H	20	7	1	3	220

Depois de realizada todas as medições foi aplicada a Equação (5.5) para obtenção da potência radiada pelo painel, em seguida com os valores da potência sonora radiada pelo painel e com a velocidade média quadrática espacial e temporal aplicou-se a equação (5.1) determinando assim a eficiência de radiação sonora dos painéis lisos e reforçados.

Alguns cuidados devem ser observados durante o experimento com a finalidade de reduzir as incertezas das medições, tais como:

- Durante as medições deve-se verificar o ruído de fundo na câmara reverberante, pois é recomendado que o nível de pressão sonora esteja no mínimo, 10 dB menor que o NPS do componente ensaiado em cada banda de frequência dentro da faixa de interesse.
- A fim de proporcionar menores incertezas nos resultados, a câmara reverberante deve possuir valores de coeficientes de absorção conforme recomendados por norma (FIATES, 2003).
- Na montagem do *rotate boom* deve-se afastar o microfone de uma distância de equivalente à $\lambda/2$ (metade do comprimento de onda da menor frequência de

interesse) do corpo de prova evitando assim erros de medições devido ao campo sonoro direto (RODRIGUES, 2003).

- Verificar a fixação dos painéis entre as câmaras reverberantes, com objetivo de evitar o vazamento de ruído por alguma fresta existente na abertura entre as câmaras reverberantes

5.2. PROCEDIMENTO NUMÉRICO – FEM/BEM

O modelo numérico vibro-acústico consiste em um modelo híbrido que combina o método dos elementos finitos e o método dos elementos de contornos. A determinação da eficiência de radiação numérica está dividida basicamente em duas etapas:

- Criar um modelo utilizando o FEM através de uma análise harmônica obtendo o campo de deslocamentos.
- Criar um modelo de BEM, inserindo o campo de deslocamentos da superfície resultante da análise dinâmica como condição de contorno no cálculo da eficiência de radiação.

5.2.1. Modelo Numérico – Método dos Elementos Finitos

Na criação do modelo de FEM utilizou-se o *software* comercial MSC.Patran nas etapas de pré-processamento e o *software* MSC.Nastran na etapa de pós-processamento. A análise harmônica utilizando o FEM foi realizada seguindo o mesmo procedimento descrito no Capítulo 3, na seção 3.3.1.

Inicialmente, foi construída a geometria dos painéis utilizando o *software* MSC.Patran. Depois criou-se a malha de elementos finitos utilizando elemento de casca estrutural CQUA4, o qual possui quatro nós e seis graus de liberdade em cada nó (três deslocamentos e três rotações). Na modelagem das vigas de reforço utilizou-se o elemento de casca ao invés de elemento de viga. Segundo FIATES, os elementos de viga não representam o comportamento real da placa, pois os mesmos não levam em consideração os modos próprios de alma e de flange (aba superior). Agora, modelando as vigas de reforço com o elemento tipo casca consegue-se ter a influência no campo de velocidades da placa.

Na discretização da malha de elementos finitos foram utilizados seis elementos por meio comprimento de onda, conforme recomendado no manual da LMS Sysnoise. A Tabela 5.2 informa o tamanho do elemento e número de elementos gerado em cada corpo de prova.

Tabela 5.2 – Tamanho do elemento e o número de elementos gerado em cada corpo de prova.

Corpo de prova	Tamanho do Elemento	Número de Elementos
Painel de Alumínio	0,03 m	2280
Placa E	0,04 m	1260
Placa F	0,04 m	2572
Placa G	0,04 m	1658
Placa H	0,04 m	3739

Os modelos foram criados utilizando o material PCOMP da biblioteca do *software* MSC.Patran, onde é definido para cada lâmina a orientação das fibras em relação ao sistema de referência local, com suas respectivas espessuras e propriedades mecânicas. As propriedades mecânicas utilizadas nos modelos são aquelas obtidas através de ajuste, as quais consideram as propriedades reais dos corpos de provas.

A seguir, foram aplicadas as condições de contorno considerando restrições de apoio simples nas bordas, e a criação de uma força unitária pontual variando com a frequência, como ilustrado na Figura 5.7.

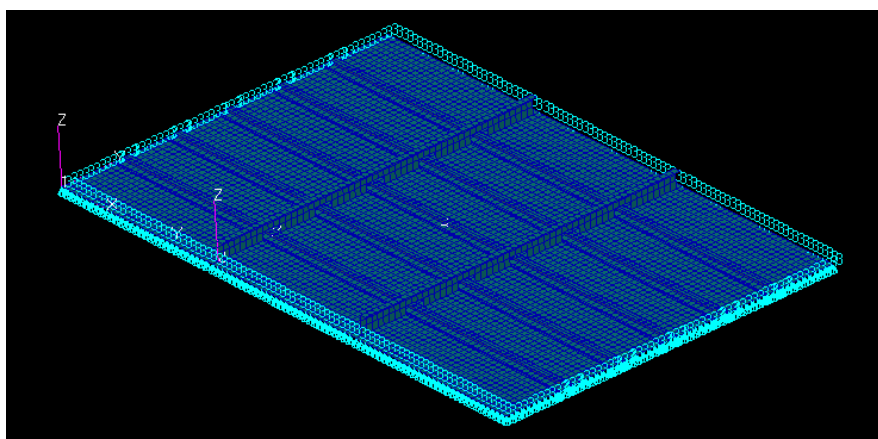


Figura 5.7 – Detalhes da condição de contorno criada nas bordas (apoio simples), e da criação de uma força dinâmica.

Ainda na etapa do pré-processamento, definiu-se que análise harmônica seria resolvida através do método da superposição modal. Terminada esta etapa, utilizou-se o *solver* do *software* MSC.Nastran para processar os cálculos de FEM, para obtenção dos deslocamentos nodais para cada intervalo de frequência. Na Tabela 5.3 é mostrado o tempo de processamento da solução da análise harmônica.

Tabela 5.3 – Tempo de processamento da solução da análise harmônica.

Corpo de prova	Tempo de processamento (FEM)
Painel de Alumínio	00h27min
Placa E	00h10min
Placa F	00h13min
Placa G	00h11min
Placa H	00h17min

Após esta análise foram gerados os arquivos com a extensão “.pch” (arquivo de resultados de saída proveniente da análise harmônica), os quais serão utilizados como condição de entrada no *software* LMS Virtual.Lab versão 8A no cálculo da radiação acústica através do método de elemento de contorno.

5.2.2. Modelo Numérico – Método Elementos de Contornos

Depois de realizada a análise harmônica e obtido os deslocamentos nodais para cada *step* de frequência utilizando o FEM, estes deslocamentos foram utilizados como condição de contorno no *software* LMS Virtual.Lab, desenvolvido especialmente para análises vibroacústicas. A opção de análise usada no LMS Virtual.Lab foi o BEM direto, acoplada utilizando um baffle, simulando o experimento realizado nas câmaras reverberantes do LVA.

No BEM direto, os potenciais de pressão nos nós da superfície da malha BEM são calculados a partir da Equação (5.6), a qual relaciona as pressões nodais e velocidades normais nodais através das matrizes de influência do BEM direto $A(\omega)$ e $B(\omega)$, que são funções da geometria da superfície e da frequência (HERRIN & SEYBERT).

$$[A(\omega)]\{p\} = [B(\omega)]\{v\} \quad (5.6)$$

onde v = Vetor dos deslocamentos nodais, e p = Vetor das pressões nodais.

A eficiência de radiação no LMS Virtual.Lab é definida pela razão entre a potência ativa de saída e a potência de entrada, dada por:

$$\sigma_{rad} = \frac{W_{o, Active}}{W_i} \quad (5.7)$$

onde $W_{o, Active}$ = Potência de saída ativa (*Active Output Power*), e W_i = Potência de entrada (*power input*).

A potência de entrada é uma quantidade convencional usada para medir a potência sonora associada às vibrações mecânicas. O *software* LMS Virtual.Lab calcula esta potência de entrada integrando a velocidade normal sobre a malha acústica, como mostra a Equação (5.8).

$$W_i = \rho c \int_S |v_{RMS}|^2 dS = \frac{1}{2} \int_S v_n^2 dS \quad (5.8)$$

onde v_{RMS} é o valor RMS ou raiz média quadrática da velocidade normal v_n local nas condições de contorno. Observa-se na Equação (5.8) que a potência de entrada depende somente da velocidade prescrita nas condições de contorno.

Já a potência de saída ativa (*Active Output Power*) corresponde a potência média radiada pela superfície vibrante durante um ciclo de frequência. Integrando a intensidade normal ativa I_n sobre a superfície da malha acústica tem-se a potência ativa. Para o BEM direto, a potência ativa é dada por:

$$W_{o, active} = \int_S \text{Re}(I_n) dS = \frac{1}{2} \int_S \text{Re}(pv_n^*) dS \quad (5.9)$$

onde v_n^* é o conjugado complexo da velocidade v_n , e p a pressão de superfície na malha BEM.

Após ser definido o tipo de análise, a malha da superfície do painel gerada no MSC.Patran foi importada para o LMS Virtual.Lab para realização da análise vibroacústica. Em seguida, definiu-se a propriedades do fluido, no caso o ar, informando a velocidade do som no meio e a massa específica.

Em seguida os deslocamentos nodais resultantes da análise harmônica realizados no MSC.Patran/Nastran foram importados para o LMS Virtual.Lab. Nesta etapa o LMS Virtual.Lab gera as condições de contorno transformando automaticamente os resultados estruturais (deslocamentos nodais) em velocidades normais para o cálculo da radiação sonora. A conversão é realizada apenas multiplicando os deslocamentos nodais pelo fator $j\omega$.

Conhecida os valores das velocidades normais nos nós da malha da superfície, o LMS Virtual.Lab calculou os potenciais de pressão na superfície do painel através da Equação (5.6). A seguir, na Figura 5.8 pode ser visto a distribuição de pressão na superfície do painel.

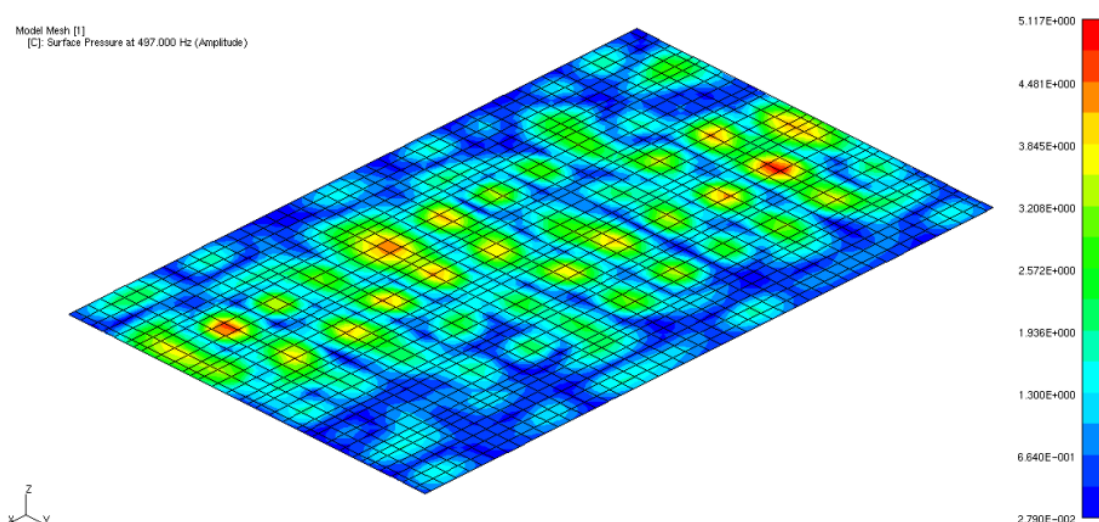


Figura 5.8 – Distribuição dos níveis de pressão sonora sobre a superfície do painel.

A partir dos valores de pressão e velocidade nos nós da malha BEM, foi possível obter a eficiência de radiação sonora calculando a potência de entrada e a potência ativa de saída,

aplicando as equações (5.8) e (5.9), respectivamente. A eficiência de radiação foi calculada em bandas de 1/3 de oitava, utilizando um intervalo de frequência de 2 Hz.

Tabela 5.4 – Tempo de processamento da solução vibroacústica.

Corpo de prova	Tempo de processamento (BEM)
Painel de Alumínio	3h40min
Placa E	2h35min
Placa F	2h50min
Placa G	2h40min
Placa H	3h05min

5.3. COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

A seguir são mostradas as comparações entre os resultados numéricos e experimentais da eficiência de radiação em bandas de 1/3 de oitava. Antes disso, foi feita uma comparação entre os resultados numéricos com a formulação aproximada proposta por Beranek, cujo objetivo era validar o método numérico utilizado na obtenção da eficiência de radiação. Esta comparação foi realizada utilizando o painel de alumínio. Todos os resultados numéricos foram calculados até a frequência central de 1 kHz.

Como pode ser visto na Figura 5.9, a comparação entre os resultados obtidos através da formulação proposta por Beranek e pelo método numérico (painel simplesmente apoiado) apresentam boa concordância para toda faixa de frequência, exceto nas frequências centrais de 500, 800 e 1000 Hz onde apresentam uma pequena diferença da ordem de 3 dB. Esta análise foi importante, pois na comparação entre os resultados ficou evidente que a metodologia numérica apresentada fornece bons resultados.

Ainda analisando o painel de alumínio, comparando os resultados numéricos com a curva experimental da eficiência de radiação, observa-se que a curva experimental se encontra entre os resultados numéricos, praticamente ao longo de toda faixa de frequência. Esta divergência pode ter ocorrido durante o ensaio experimental proveniente da fixação do painel entre as

câmaras reverberantes, o que significa que o painel não estava simplesmente apoiado, nem totalmente engastado.

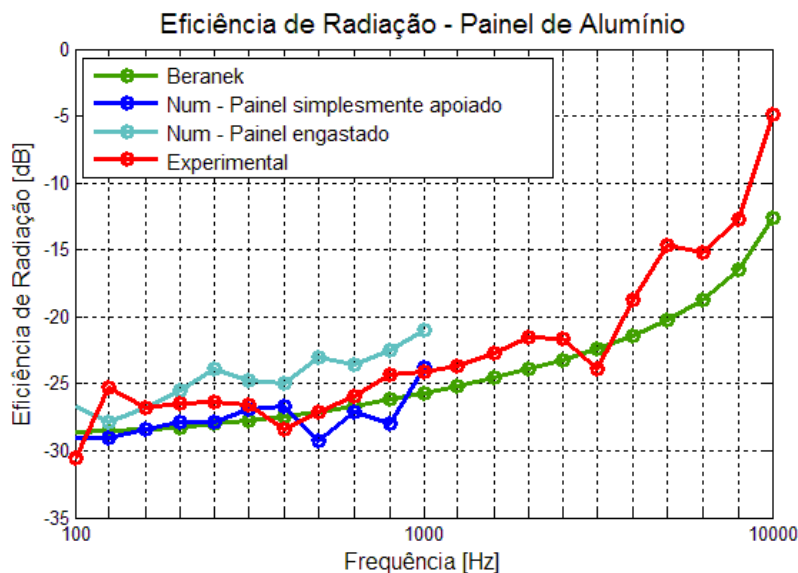


Figura 5.9 – Comparação entre a eficiência de radiação numérica, experimental e a formulação aproximada sugerida por Beranek, realizada no painel de alumínio.

A Figura 5.10 mostra a comparação entre a eficiência de radiação numérica e experimental para o painel E (painel liso). Neste gráfico observa-se boa concordância entre os resultados ao longo de toda faixa de frequência, apresentando uma diferença máxima na frequência central de 125 Hz, de aproximadamente 3 dB.

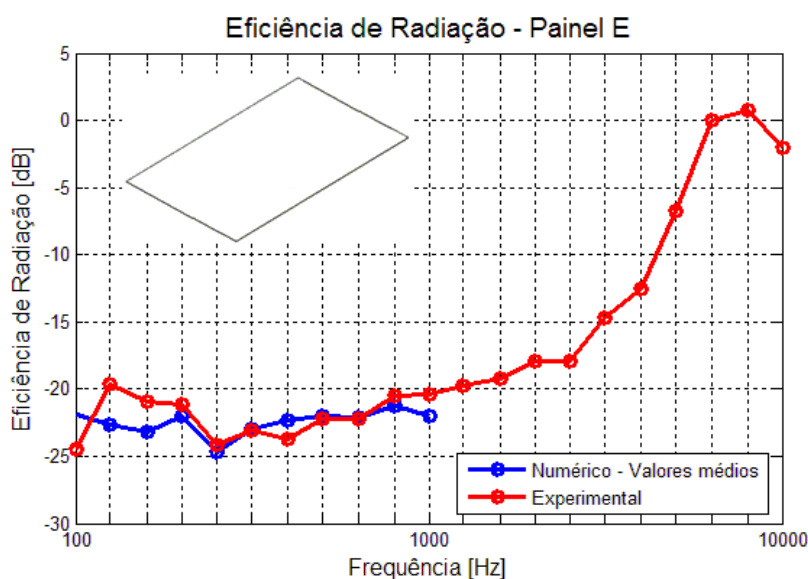


Figura 5.10 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel E.

No gráfico da Figura 5.11, tem-se a comparação da eficiência de radiação do painel F (painel reforçado – 5 *stringers*) entre os resultados numéricos e experimentais. Os resultados numéricos resultante da média entre a excitação aplicada nos sub-painéis e nos stringers apresentam resultados satisfatórios para toda faixa de frequência, exceto na banda central de 125 Hz, onde o resultado experimental está superestimando o resultado numérico.

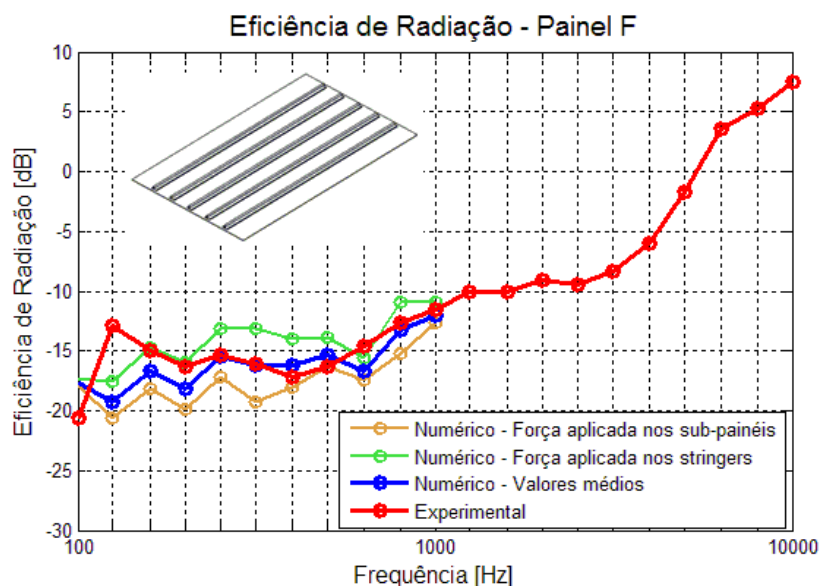


Figura 5.11 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel F.

Comparando os resultados numéricos obtidos para o Painel F (força aplicada no sub-painel versus força aplicada na viga de reforço - *stringer*), observa-se que a eficiência de radiação tende a ser superior quando a força de excitação é aplicada no *stringer*. Isto ocorre, pois a eficiência de radiação é inversamente proporcional à velocidade média quadrática. A seguir, na Figura 5.12, o gráfico mostra que realmente a velocidade média quadrática resultante da excitação harmônica aplicada no stringer é inferior à velocidade média quadrática quando a força de excitação é aplicada no sub-painel.

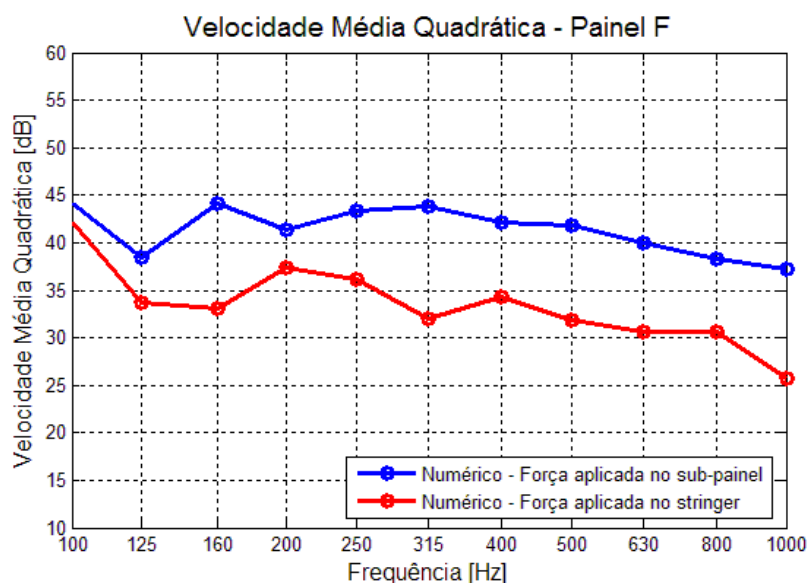


Figura 5.12 – Comparação entre a velocidade média quadrática resultante da força aplicada no sub-painel versus a força aplicada na viga de reforço (*stringer*).

A Figura 5.13 mostra uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais obtidos no painel G (painel reforçado – 3 cavernas). Observa-se uma boa concordância entre todos os resultados, exceto na frequência central de 100 e 125 Hz, onde apresentam uma diferença de aproximadamente entre 3 a 4 dB. Para esta configuração com as vigas de reforço dispostas na direção de menor comprimento do painel, observa-se que os resultados numéricos da eficiência de radiação numérica (força aplicada no sub-painel versus força aplicada na viga de reforço – caverna) é praticamente igual em todas as frequências centrais.

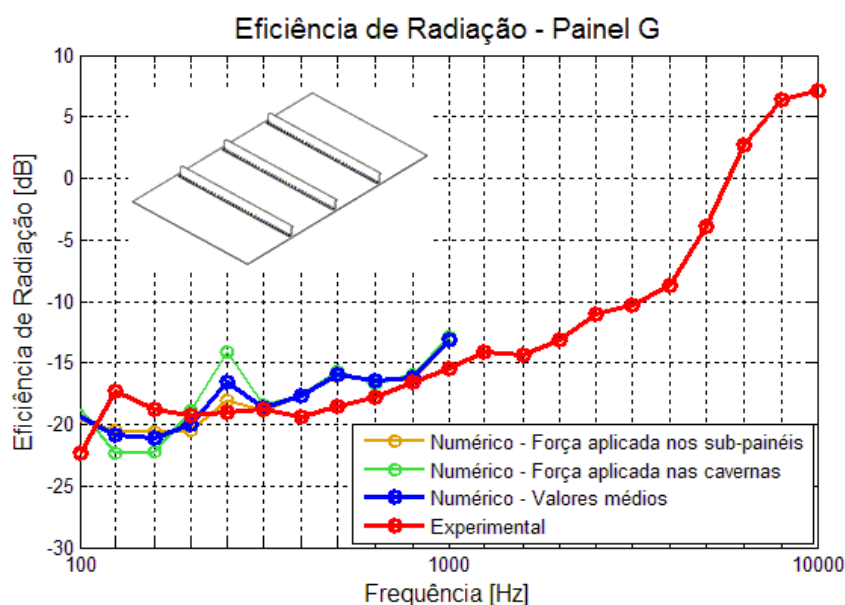


Figura 5.13 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel G.

Na Figura 5.14 tem-se a comparação entre os resultados numéricos e experimentais da eficiência obtidos do painel H (painel com reforço cruzado – 2 cavernas / 5 stringers). Da mesma forma, os resultados apresentaram boa concordância em toda faixa de frequência, exceto na primeira frequência central onde tem-se uma diferença da ordem de 5 dB.

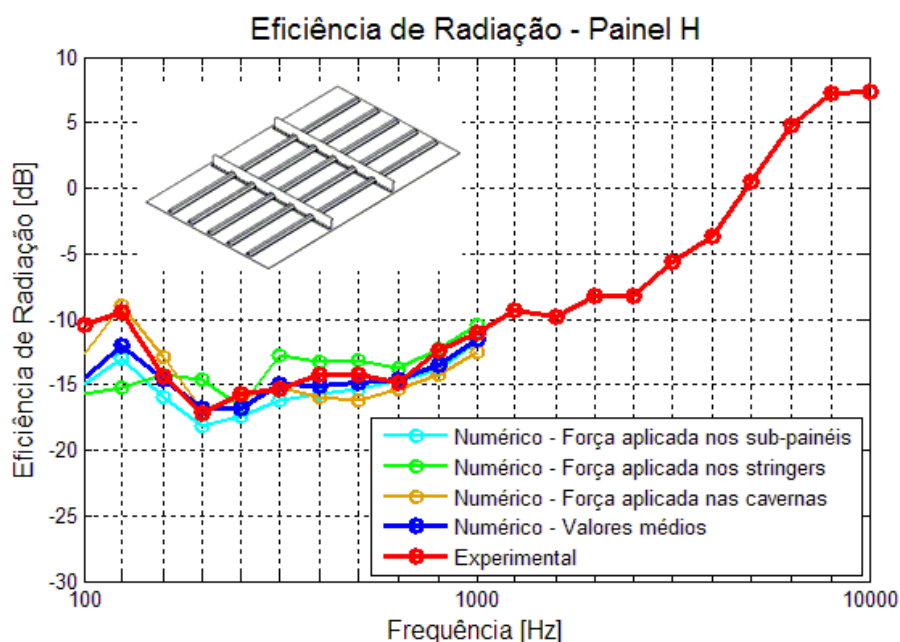


Figura 5.14 – Comparação numérico-experimental da eficiência de radiação do Painel H.

E por fim, na Figura 5.15 é mostrado a comparação entre os resultados da eficiência de radiação numérica dos corpos de provas de material composto até a frequência central de 1 kHz. Nesta comparação fica claro que presença das vigas de reforço faz aumentar a eficiência de radiação como comentado na revisão bibliográfica, pois as mesmas funcionam de maneira semelhante a um apoio, restringindo a movimentação da placa aumentando assim o número de áreas não canceladas, aumentando consequentemente a eficiência de radiação.

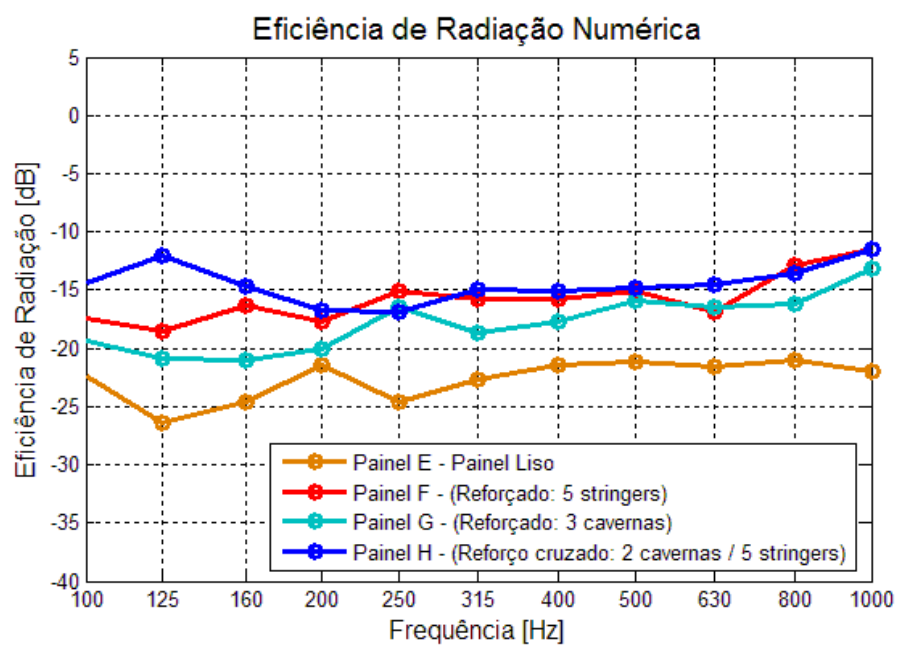


Figura 5.15 – Comparação entre a eficiência de radiação numérica dos painéis E, F, G e H.

6. DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE MODAL

Neste capítulo será apresentado o procedimento utilizado na determinação da densidade modal numérica e experimental para os corpos de provas de material composto laminado E, F e G. E por fim, são mostrados os gráficos com as comparações entre os resultados numéricos e experimentais. Todos os resultados obtidos foram calculados aplicando a Equação (6.1), na qual é necessário encontrar a parte real da mobilidade pontual.

$$n(f) = 4M \langle \text{Re}\{Y\} \rangle_{\Delta f} \quad (6.1)$$

onde,

M é massa dos componente estrutural;

$\langle \text{Re}\{Y\} \rangle$ é a parte real da mobilidade pontual do componente.

6.1. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental adotado para a obtenção das FRF's é idêntico ao procedimento descrito no Capítulo 3, utilizado na determinação das propriedades mecânicas dos corpos de provas. Os equipamentos utilizados para medição da FRF do tipo mobilidade estão listados abaixo:

- Acelerômetro B&K 4519-002;
- Martelo de impacto B&K 8204;
- Martelo de impacto PCB 086C01;
- Analisador de sinais SCADAS.

A Figura 6.1 ilustra o sistema de medição utilizado na medição das FRF's. As FRF's foram medidas considerando a condição de contorno livre-livre, na qual foi representada colocando o corpo de prova suspenso por fios flexíveis, como pode ser visto na figura abaixo.

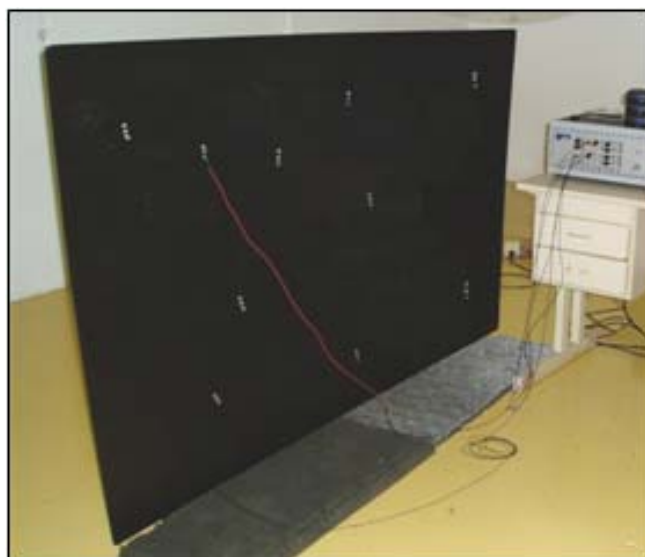


Figura 6.1 – Esquema de medição utilizado na medição da mobilidade pontual.

Neste experimento o acelerômetro deve ficar posicionado no mesmo local onde é feita a impactação com o martelo de impacto, caracterizando assim a mobilidade pontual, que é a razão entre a resposta da velocidade medida na estrutura no ponto de excitação e a força aplicada na mesma. A Tabela 6.1 mostra o número de FRF's extraídas em cada painel, para o cálculo da densidade modal experimental.

Tabela 6.1 – Número de pontos de resposta realizado em cada painel para o cálculo da densidade modal.

Corpo de Prova	Número de pontos de excitação			Total de pontos medidos
	Painel base (skin)	Caverna	Stringer	
Painel E	10			10
Painel F	11		5	16
Painel G	10	6		16

Durante a aquisição da FRF é importante observar se a coerência entre os sinais de aceleração e de força apresenta valores próximos do valor unitário ao longo da faixa de frequência de interesse. Desta forma, os resultados experimentais da densidade modal serão mais confiáveis.

O gráfico da Figura 6.2 mostra a comparação entre a mobilidade medida e a mobilidade corrigida até a frequência de 1 kHz. A correção da mobilidade foi feita aplicando a Equação (3.1), descrita no Capítulo 3, onde a expressão tem a finalidade de corrigir o efeito da massa do acelerômetro sobre a estrutura. Na comparação ficou evidente que as curvas são praticamente iguais, o que justifica que a massa do acelerômetro (0,0024 kg) pode ser considerada desprezível, pois a massa do mesmo é muito menor comparada com a massa dos painéis.

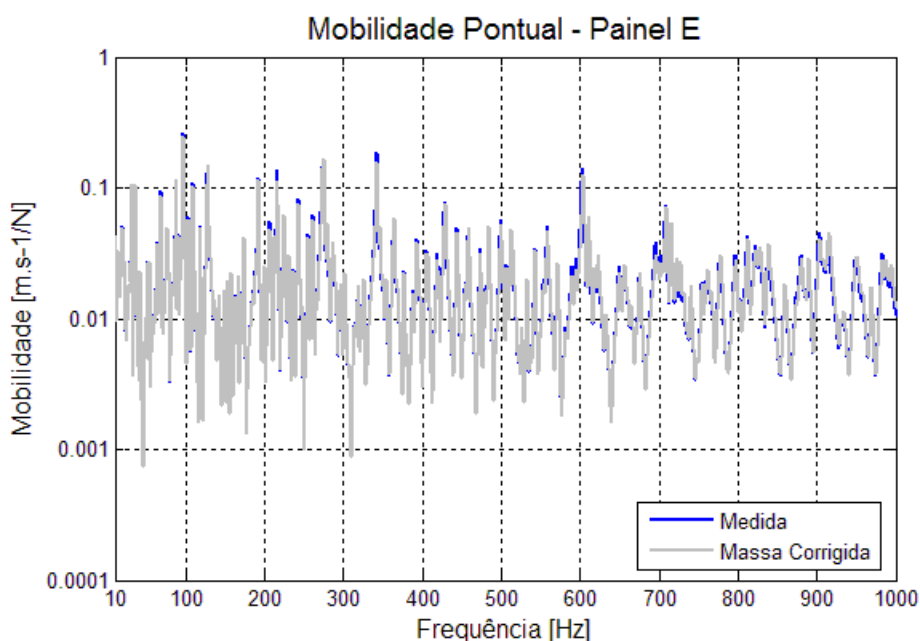


Figura 6.2 – Comparação entre a mobilidade pontual medida e a corrigida.

Em seguida, foi criado um algoritmo utilizando o *software* MATLAB, que aplica a Equação (6.1) para o cálculo da densidade modal para cada mobilidade pontual, transformando posteriormente para valores em bandas de 1/3 de oitava, e por fim, determinando a densidade modal média até a frequência central de 1 kHz.

6.2. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Para construção do modelo numérico adotou-se o mesmo procedimento realizado no capítulo anterior utilizando o *software* comercial MSC.Patran/Nastran (MSC.PATRAN/NASTRAN 2005 USER GUIDE, 2005) que baseia-se na técnica de elementos finitos. Todos os modelos

foram criados utilizando o tamanho do elemento igual a 0,01 m. Na Tabela 6.2 tem-se o número total de elementos gerados em cada corpo de prova.

Tabela 6.2 – Número de elementos gerados em cada modelo FEM para o cálculo da densidade modal numérica.

Corpo de prova	Tamanho do Elemento	Número de Elementos
Placa E	0,01 m	20340
Placa F	0,01 m	30040
Placa G	0,01 m	24276

Depois de construído o modelo numérico, fez-se uma análise harmônica extraíndo a parte real da mobilidade para o cálculo da densidade modal. Neste cálculo utilizou-se o mesmo número de pontos de resposta utilizado na medição da densidade modal experimental. A Tabela 6.3 informa o tempo de análise que o *software* NASTRAN levou para calcular a função resposta em frequência até a frequência de 1 kHz.

Tabela 6.3 – Tempo de análise no cálculo da mobilidade pontual.

Corpo de prova	Tempo de Processamento
Placa E	00h16min
Placa F	00h35min
Placa G	00h32min

Depois de obtidas as mobilidades pontuais, utilizou-se o mesmo algoritmo descrito na Seção 6.1 para obtenção da densidade modal média em bandas de um 1/3 de oitava até a frequência central de 1 kHz.

6.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

A seguir são apresentados os gráficos da densidade modal mostrando as comparações entre os resultados numéricos e experimentais para os corpos de provas E (painel liso), F (painel com 5 *stringers*), G (painel com 3 cavernas). O objetivo destas comparações é validar a metodologia numérica baseada em FEM.

Analisando a densidade modal obtida para os Painéis E e G nos gráficos das Figura 6.3 e Figura 6.4, observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais, exceto em algumas frequências centrais.

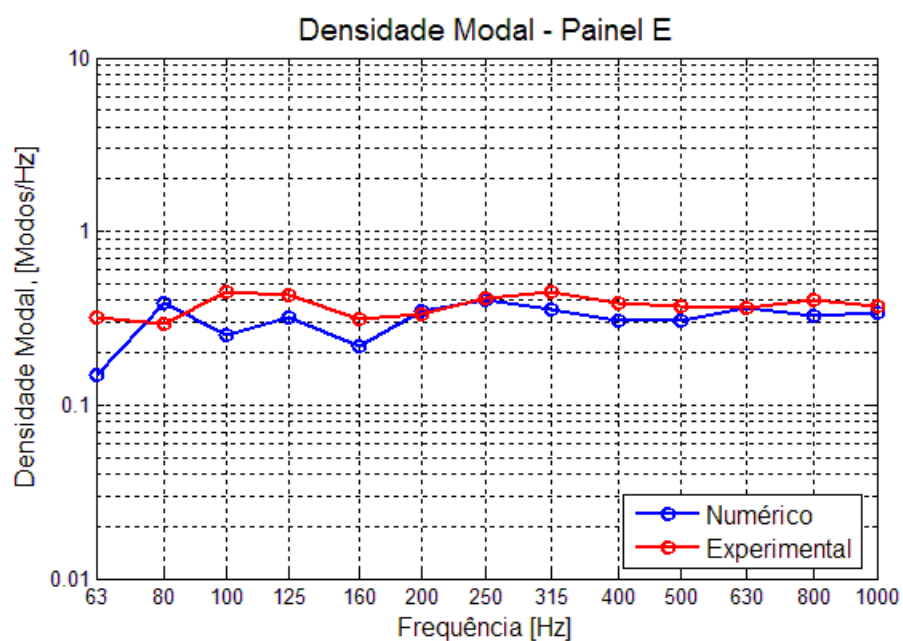


Figura 6.3 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel E.

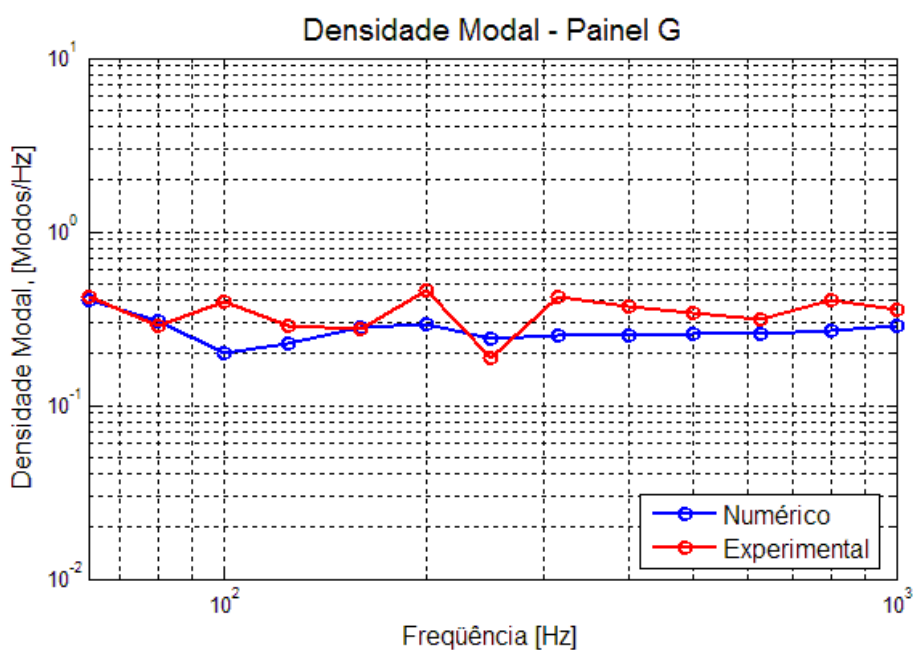


Figura 6.4 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel G.

No entanto, o gráfico da Figura 6.5 referente a comparação da densidade modal do painel F, mostra que os resultados numéricos estão sub-estimando os resultados experimentais. Esta divergência pode estar relacionada a incertezas ou erros nas medições realizadas durante o experimento.

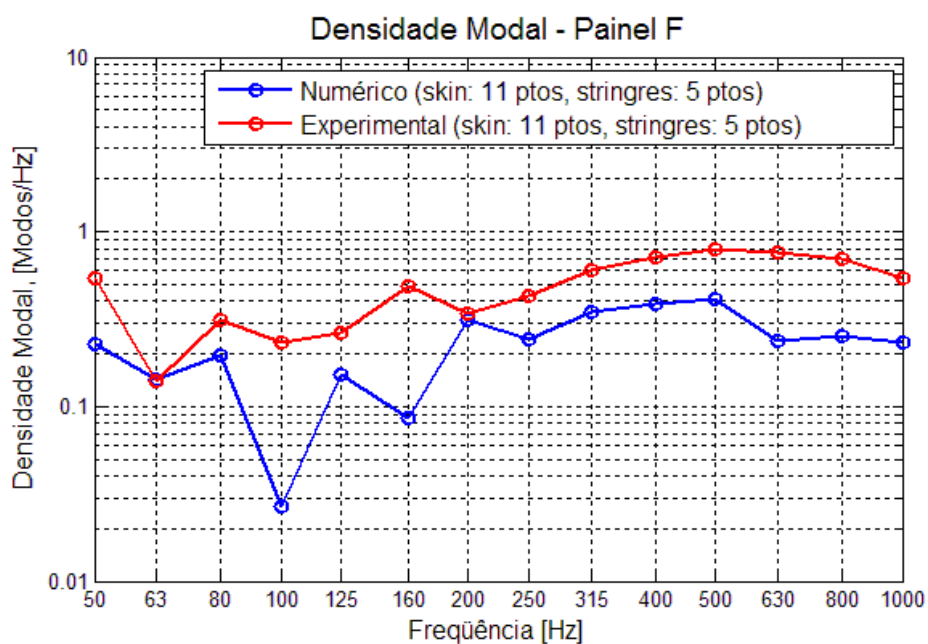


Figura 6.5 – Comparação numérico-experimental da densidade modal do painel F.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi avaliado o comportamento vibro-acústico de painéis aeronáuticos de material composto, de diversas configurações (painéis lisos e reforçados), utilizando modelos numéricos híbridos (FEM/BEM). O trabalho foi iniciado com a caracterização das propriedades mecânicas das placas de material composto, e a determinação do amortecimento estrutural dos painéis. Posteriormente, a eficiência de radiação sonora e a densidade modal foram calculadas através de uma metodologia numérica.

As propriedades mecânicas dos painéis foram identificadas através da técnica de ajuste de modelo baseada nas frequências naturais que, mostrou boa eficácia. Além de apresentar as vantagens de ser um método bastante fundamentado e de utilizar dados de testes não destrutivos, rápidos e fornecer resultados acurados.

O amortecimento estrutural foi determinado através de dois métodos: a partir do método do decaimento, o qual utiliza o tempo de reverberação T_{60} referente à queda de 60 dB no nível de energia vibratória, e o segundo utilizando o método da largura de banda, que é baseado na medição da inertância. Os resultados obtidos pelo método do decaimento foram subestimados quando comparados aos resultados obtidos pelo método da largura de banda. Esta diferença pode está associada ao decaimento do sinal ser dominado pelos modos de menor amortecimento. Foi observado também que a presença de vigas de reforço nos painéis induz um maior amortecimento estrutural, devido à maior dissipação de energia vibratória nas juntas.

Após a caracterização das propriedades mecânicas e amortecimento estrutural dos painéis, criaram-se os modelos híbridos para determinação da eficiência de radiação utilizando o método de elementos finitos e o método de elementos de contorno. Nesta etapa, o modelo numérico foi criado utilizando as propriedades mecânicas e amortecimento estrutural calculados experimentalmente. A metodologia numérica para obtenção da eficiência de radiação está descrita no Capítulo 5, Seção 5.2. As comparações entre os resultados numéricos e experimentais apresentaram boa concordância, o que caracteriza a validação da metodologia numérica, exceto nas frequências centrais de 100, 125 e 160 Hz. Esta diferença

pode estar relacionada à limitação da câmara reverberante ou devido às incertezas proveniente do ensaio experimental. Comparando a eficiência de radiação entre os painéis lisos e reforçados, observa-se que as vigas de reforços exercem influência na eficiência de radiação, como descrito na revisão bibliográfica. Os resultados mostram que os painéis reforçados possuem maior eficiência de radiação, pois os mesmos funcionam de modo semelhante a um apoio, restringindo a movimentação da placa, aumentando o número de áreas não-canceladas na placa. Portanto, quanto maior o número de vigas de reforço, maior será a eficiência de radiação, pois a presença das vigas aumenta a rigidez do painel.

Com relação às comparações entre os resultados numéricos e experimentais da densidade modal, conclui-se que a metodologia numérica utilizando o *software* de elementos finitos deve ser melhorada. Uma representação mais refinada do modelo, como modelar os rebites utilizando um elemento rígido, poderia melhorar a correlação entre os resultados do modelo numérico e do ensaio experimental. A diferença entre os resultados também pode estar vinculada com a repetibilidade dos experimentos.

A seguir, seguem algumas sugestões para trabalhos futuros, os quais podem ser estudados tomando como ponto de partida as metodologias desenvolvidas nesta dissertação.

- Avaliar a eficiência de radiação analisando outras configurações de painéis, tais como: orientação das fibras no laminado, número lâminas, espaçamento entre as vigas de reforço, painéis de geometria curva;
- Determinação do amortecimento estrutural utilizando outros métodos, analisando outras configurações como descrito no item anterior;
- Estudo mais aprofundado sobre a influência do amortecimento e camadas de revestimento interno no comportamento vibroacústico de painéis aeronáuticos;
- Aplicação de ferramentas de otimização em busca de configurações ótimas de painéis aeronáuticos em uma determinada aplicação, de modo que atenda aos pré-requisitos de projeto acústico/estrutural;
- Avaliar outros métodos numéricos para predição da eficiência de radiação nas regiões de baixas frequências, em menor tempo de processamento.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, S. F. M. **Teoria Estruturas de Materiais Compósitos. Notas de aula.** Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2001.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE / Análise Dinâmica.** 1. ed., São Paulo, Érica, 2005.

ATALLA, N.; NICOLAS, J. A new tool for predicting rapidly and rigorously the radiation efficiency of plate-like structures. **The Journal of the Acoustical Society of America**, vol. 95(6), 3369-3378, 1994.

BERANEK, L. L.; VER I. L. **Noise and Vibration Control Engineering.** Chichester: John Wiley & Sons, 1992.

BLOSS, B.C.; RAO, M. D. Estimation of frequency-averaged loss factors by the power injection and the impulse response decay methods. **The Journal of the Acoustical Society of America**, vol. 117, 240-249, 2005.

BERTHELOT, J. M.; ASSARAR, M.; SEFRANI, Y.; MAHI, A. E. Damping analysis of composite materials and structures. **The Journal of Composite Materials**, vol. 85, 189-204, 2008.

CAKAR, O.; SANLITURK, K.Y. Elimination of transducer mass loading effects from frequency response functions. **Mechanical Systems and Signal Processing**, vol. 19, 19-87, 2005.

CARFAGNI, M.; PIERINI, M. Determining the Loss Factor by the Power Input Method (PIM), Part 1: Numerical Investigation. **Journal of Vibration and Acoustics**, vol. 417, 417-421, 1999.

CREMER, L.; HECKEL, M.; UNGAR, E. **Structure-Borne Sound. Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies.** 2. ed. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1988.

CONEY, W. B. A semi-empirical approach for modeling Greenhouse surface noise. **SAE**, paper 1999-01-1811.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering mechanics of composite materials**. New York: Oxford University Press, 1994.

DAVIS, E. B. **SEA modeling of commercial airplanes, Proceedings of the Second International AutoSEA Users Conference**, Detroit – USA, 2002.

DESMET, W. **Mid-frequency vibro-acoustic modelling: challenges and potential solutions**. Department of Mechanical Engineering, division PMA, K.U.Leuven, 2002.

FAHY, F, GARDONIO P. **Sound and Structural Vibration**. London, Academic Press, 2007.

FIATES, F. **Radiação sonora de placas reforçadas por vigas**. Tese (Doutorado em Engenharia), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

HERRIN, D. W.; SEYBERT, A. F. The prediction of sound radiation from real structures, Department of Mechanical Engineering, University of Kentucky, Lexington, Kentucky 40506-0108 USA.

HE, Z; HUANG, Q. B.; ZHAO, Z. G. Calculation of sound radiant efficiency and sound radiant modes of arbitrary shape structures by BEM and general eigenvalue decomposition. **Applied Acoustics**, vol 69, 796-803, 2008.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 3741:1999**. Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Precision methods for reverberation rooms, 1999.

JONES, R. M. **Mechanics of composite materials**. 2. ed., Taylor & Francis, 1999.

JORDAN, R. **Análise Modal Experimental. Notas de aula**. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

LEE, C. R.; KAM, T. Y. Identification of mechanical properties of elastically restrained laminated composite plates using vibration data. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 295, 999-1016, 2006.

LENZI, A. **Acústica Avançada. Notas de aula.** Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

LENZI, A. **Análise Estatística Energética. Notas de aula.** Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

LI, Z. **Vibration and acoustical properties of sandwich composite materials.** Tese de Doutorado, Faculty of Auburn University, 2006.

MEAD, D. J. **Passive Vibration Control.** John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1998.

MEIRELES, J. F. **Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente,** Tese de Doutorado, Universidade do Minho, 2007.

MSC.NASTRAN 2005 r2 USER GUIDE, MSC.*Software*. 2005.

PEREIRA, J. C. **Curso de projeto estrutural com materiais compostos.** Grupo de Análise e Projeto Mecânico – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

RADE, D.A. **Método dos Elementos Finitos em Engenharia Mecânica,** Notas de Aula, Curso de Pós-Graduação, Universidade Federal de Urbelândia, 2003.

RAO, M. D. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes, **Journal of Sound and Vibration**, vol. 262, 457-474, 2003.

REFERENCE SOUND SOURCE B&K 4204 manual, 1978.

RENJI, K.; NAIR, P. S. Critical and Coincidence and frequencies of flat panels. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 205(1), 19-32, 1997.

RODRIGUES, A. H. B. **Características vibro-acústicas de cascas cilíndricas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

SYSNOISE Rev 5.5, Release notes and getting started manual.

TELES, T., **Método de Galerkin livre de elementos aplicado a placas de materiais compostos laminados**. Dissertação de Mestrado, UFSC, 2007.

TEWES, S. **Active Trim Panel Attachments for Control of Sound Transmission through Aircraft Structures**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Técnica de Munique, 2005.

TITA, V. **Análise dinâmica teórica e experimental de vigas fabricadas de materiais compósitos poliméricos reforçados**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

XIE, G.; THOMPSON, D. J., JONES, C. J. C. The radiation efficiency of baffled plates and strips. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 280, 181-209, 2005.

WILBY, J. F. Aircraft interior noise. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 190(3), 545-564, 1996.

WILKINSON, J. P. D. Modal Densities of Certain Shallow Structural Elements. **Journal of the Acoustical Society of America**, vol. 43(2), 245-251, 1968.

WRIGHT, R.I. **A Hierarchical Noise Control System Using Adaptable Tuned Vibration Absorbers**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade do Instituto Politécnico de Virgínia, 2003.